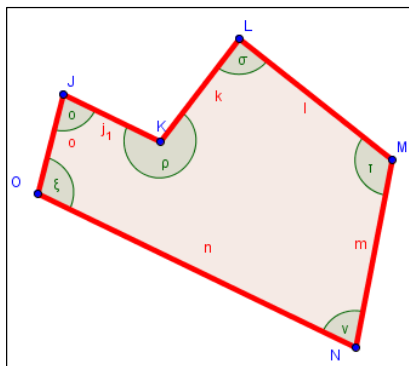
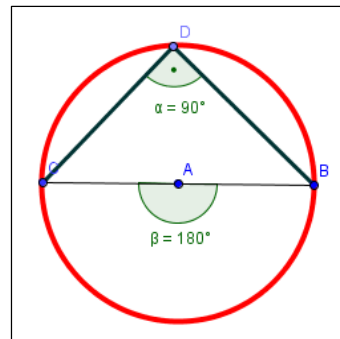
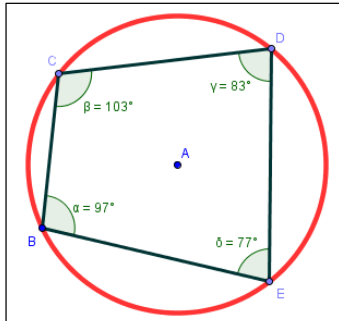




## Geometria Dinâmica utilizando o *Software* Geogebra



## Software GeoGebra

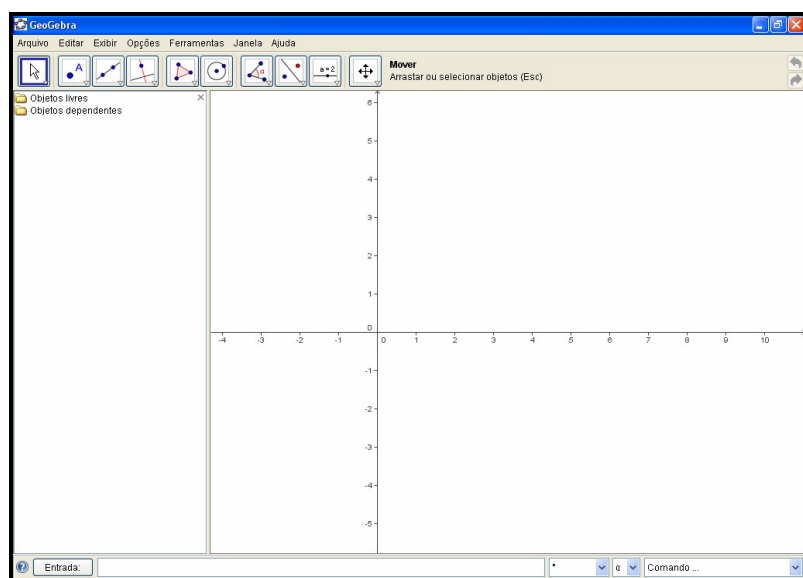
### ❖ 1ª Parte - Conhecendo o Software GeoGebra

Trata-se de um programa livre, desenvolvido por Markus Hohenwarter, disponível, em português, no endereço eletrônico <http://www.geogebra.at/><sup>1</sup>.

O GeoGebra é um *software* matemático que junta Geometria, Álgebra e Cálculo. Para tanto, há duas janelas de visualização: a janela algébrica e a geométrica. Cada objeto visualizado na janela geométrica tem sua representação algébrica mostrada na janela algébrica.

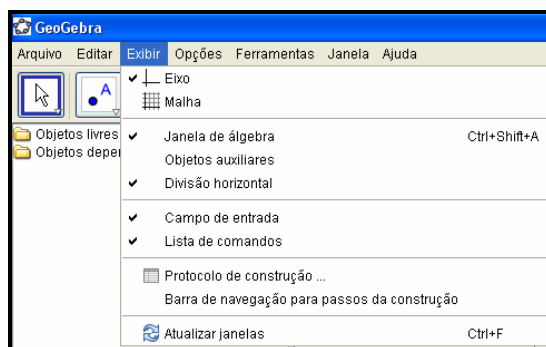
Nesta seção apresentamos algumas informações básicas sobre a utilização do *software* GeoGebra. Outras informações poderão ser obtidas no “ajuda” do programa (em inglês) ou nos endereços eletrônicos citados.

Ao abrir o *software*, visualizamos a seguinte tela:



Nela podemos observar as duas janelas: a janela algébrica (à esquerda) e a janela geométrica (à direita). A janela algébrica pode ser fechada, clicando, com o botão esquerdo do mouse, no **x** que aparece em seu canto direito superior. Para visualizá-la novamente, clique em **Exibir** (no alto da tela) e selecione **Janela de álgebra**, conforme mostrado a seguir:

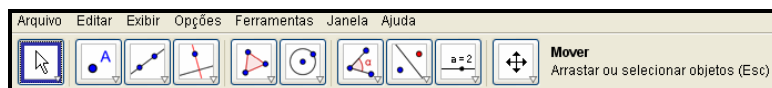
<sup>1</sup> No endereço: <http://www.professores.uff.br/hjbortol/geogebra/index.html> é possível obter outras informações sobre este *software*.



Ainda em **Exibir**, observe que a opção **Eixo** está ativada, por isso aparecem os eixos cartesianos na janela geométrica. Para retirá-los basta desmarcar essa opção. Se desejar que a janela geométrica fique quadriculada, selecione **Malha**. Essas alterações podem ser feitas também clicando com o botão direito do mouse sobre a janela geométrica. Isso faz abrir uma caixa com algumas opções, conforme figura a seguir.



Nos itens abaixo, descrevemos algumas das opções encontradas na barra de botões:



Em todos os botões aparece uma seta no canto inferior direito. Esta, ao ser clicada, permite visualizar as opções existentes.



➤ Clicando na seta do botão , visualizamos as seguintes opções:





**Novo ponto** - selecionando esta ferramenta e clicando na janela geométrica, com o botão esquerdo do mouse, cria-se um novo ponto. Quando um ponto é criado, suas coordenadas aparecem na janela algébrica. Clicando em um segmento, em uma reta ou em uma seção cônica, cria-se um ponto nesse objeto.




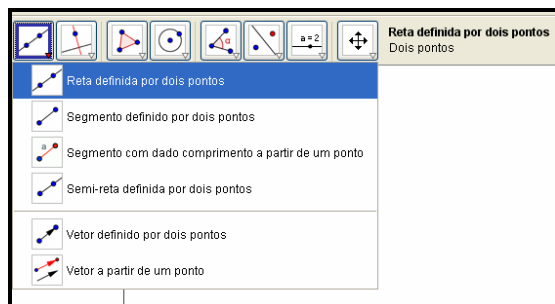
**Interseção de dois objetos** - o ponto de interseção entre dois objetos pode ser criado de duas maneiras: i) selecionando dois objetos: dessa forma todas as interseções existentes são marcadas (a ordem na qual clicamos nos dois objetos é indiferente); ii) clicando, com o botão esquerdo do mouse, em uma interseção desses objetos: somente esse ponto de interseção será marcado.



**Ponto médio ou centro** – para utilizar essa ferramenta, clique, com o botão esquerdo do mouse, em: i) dois pontos para obter seu ponto médio; ii) em um segmento para obter seu ponto médio; iii) em uma cônica para obter seu centro.



➤ Clicando na seta do botão , visualizamos as seguintes opções:



**Reta definida por dois pontos** – marcando-se dois pontos, traça-se a reta definida por eles. Na janela algébrica aparece a equação da reta traçada.



**Segmento definido por dois pontos** – marcando-se dois pontos, determinam-se as extremidades do

segmento a ser traçado. Na janela algébrica é mostrado o comprimento do segmento traçado.



**Segmento com dado comprimento a partir de um ponto** – marca-se a origem do segmento e digita-se a medida desejada para o mesmo, em uma janela que se abre automaticamente.



**Semi-reta definida por dois pontos** – traça-se uma semi-reta a partir do primeiro ponto determinado, contendo o segundo ponto marcado.




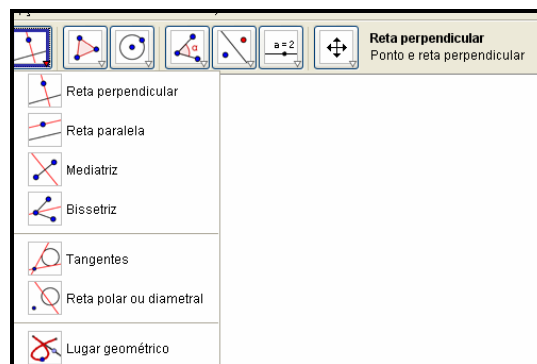
**Vetor definido por dois pontos** – marcando-se dois pontos, traça-se o vetor com origem no primeiro ponto determinado e ponto final no segundo.



**Vetor a partir de um ponto** – essa ferramenta permite que, tendo um vetor  $v$  já construído, construa-se um outro representante de  $v$ , a partir de um ponto considerado. Para tanto, marca-se um ponto (que será a origem do outro representante de  $v$ ), seleciona-se esta ferramenta, clica-se, com o botão esquerdo do mouse, sobre o vetor  $v$  já construído e, depois, sobre o ponto considerado.



➤ Clicando na seta do botão , visualizamos as seguintes opções:





**Reta perpendicular** – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto constrói-se uma reta perpendicular à reta considerada, passando pelo referido ponto. O mesmo pode ser feito considerando-se um segmento de reta, ou semi-reta. A ordem na qual clicamos nos dois objetos (reta e ponto ou ponto e reta) é indiferente.



**Reta paralela** – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, em uma reta e em um ponto fora dela, constrói-se uma reta paralela à reta considerada, passando pelo referido ponto. O mesmo pode ser feito considerando-se um segmento de reta ou semi-reta. A ordem na qual clicamos nos dois objetos é indiferente.



**Mediatriz** – clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, nas extremidades de um segmento de reta, constrói-se uma reta perpendicular a este passando pelo seu ponto médio.



**Bissetriz** – marcando-se três pontos A, B e C, constrói-se a bissetriz do ângulo  $\widehat{ABC}$ . Clicando-se, com o botão esquerdo do mouse, sobre duas retas concorrentes, já traçadas, constrói-se as bissetrizes dos ângulos determinados pelas retas.



**Tangentes** – as tangentes a uma cônica podem ser construídas de duas maneiras: i) selecionando-se um ponto A e uma cônica **c** (nesse caso, são traçadas todas as tangentes a **c** por A); ii) selecionando-se uma reta **g** e uma cônica **c** (nesse caso, constroem-se todas as tangentes a **c**, que são paralelas a **g**).



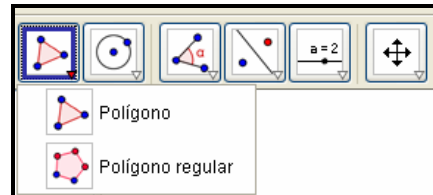
**Reta polar ou diametral** – a reta polar ou diametral a uma cônica pode ser construída de duas maneira: i) selecionando-se um ponto e uma cônica; ii) selecionando-se uma linha ou um vetor e uma cônica.



**Lugar geométrico** – com essa ferramenta traça-se o lugar geométrico do ponto B, que depende do ponto A. O ponto A deve ser um ponto pertencente a um objeto (reta, segmento, círculo,...).



➤ Clicando na seta do botão, visualizamos as seguintes opções:



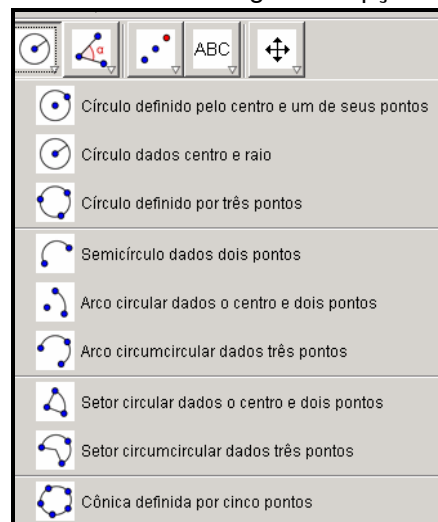
**Polígono** – para construir um polígono, marcam-se, ao menos, três pontos e clica-se, com o botão esquerdo do mouse, no primeiro ponto novamente (para “fechar” o polígono). A janela algébrica mostrará a área do polígono construído.



**Polígono regular** – para construir um polígono regular de n lados, marcam-se 2 vértices do polígono e, na janela que se abrirá após a marcação do segundo ponto, digita-se o valor de n. A janela algébrica mostrará a área do polígono construído.



➤ Clicando na seta do botão, visualizamos as seguintes opções:





**Círculo definido pelo centro e um de seus pontos** – marcando-se um ponto A e um ponto B, traça-se o círculo com centro A, passando por B.



**Círculo dados centro e raio** – marca-se o centro A e digita-se a medida desejada para o raio, em uma janela que se abre automaticamente.



**Círculo definido por três pontos** – marcando-se três pontos não-colineares, traça-se o círculo que passa por eles.



**Semicírculo dados dois pontos** – marcando-se dois pontos A e B, traça-se o semicírculo de diâmetro  $\overline{AB}$ .



**Arco circular dados o centro e dois pontos** - marcando-se três pontos A, B e C, traça-se o arco circular com centro A, começando no ponto B e terminando no ponto C (obs.: o arco é traçado mesmo que o ponto C seja marcado fora do arco).



**Arco circuncircular dados três pontos** – essa ferramenta permite traçar um arco circular por três pontos não colineares.




**Setor circular dados o centro e dois pontos** - marcando-se três pontos A, B e C, traça-se o setor circular com centro A, começando no ponto B e terminando no ponto C (obs.: o arco é traçado mesmo que o ponto C seja marcado fora do setor).

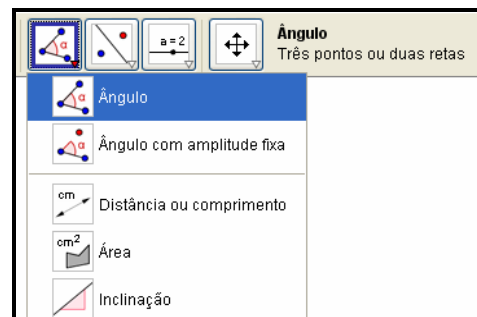


**Setor circuncircular dados três pontos** - marcando-se três pontos não colineares, traça-se um setor circular por esses pontos.



**Cônica definida por cinco pontos** – marcando-se cinco pontos constrói-se a cônica que passa por eles (a cônica só será definida se quaisquer quatro dos cinco pontos não forem colineares).

➤ Clicando na seta do botão , visualizamos as seguintes opções:



**Ângulo** – com essa ferramenta traçam-se ângulos: i) entre três pontos; ii) entre dois segmentos; iii) entre duas retas (ou semi-retas); iv) entre dois vetores; v) interiores de um polígono.



**Ângulo com amplitude fixa** – marcam-se dois pontos e digita-se a medida desejada para o ângulo, em uma janela que se abre automaticamente.




**Distância ou comprimento** - essa ferramenta fornece, na janela algébrica, a distância entre: i) dois pontos; ii) duas linhas; iii) um ponto e uma linha.



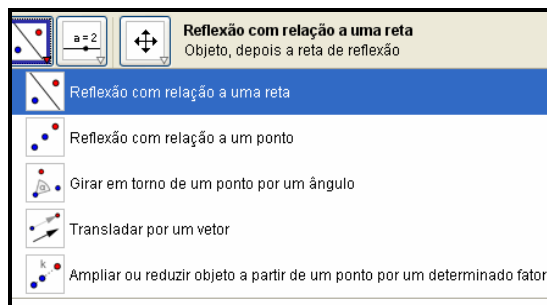
**Área** - essa ferramenta fornece a área de um polígono, círculo ou cônica, na janela geométrica.



**Inclinação** - essa ferramenta fornece, na janela algébrica, o coeficiente angular da reta traçada e na janela geométrica destaca o triângulo que possibilita o cálculo do coeficiente angular.

➤ Clicando na seta do botão, 

visualizamos as seguintes opções:



➤ **Reflexão com relação a uma reta** - essa ferramenta desenha um objeto refletido em relação a uma reta. Clique no objeto a ser refletido, com o botão esquerdo do mouse e, a seguir, clique na reta através da qual ocorrerá a reflexão.

➤ **Reflexão com relação a um ponto** - essa ferramenta desenha um objeto refletido em relação a um ponto. Clique, com o botão esquerdo do mouse, no objeto a ser refletido e, a seguir, clique no ponto através do qual ocorrerá a reflexão.

➤ **Girar em torno de um ponto por um ângulo** - essa ferramenta desenha um objeto rotacionado em relação a um ponto. Clique, com o botão esquerdo do mouse, no objeto a ser rotacionado, e, a seguir, clique no ponto que funcionará como centro da rotação. Aparecerá uma janela na qual você especificará a medida do ângulo de rotação, em graus.

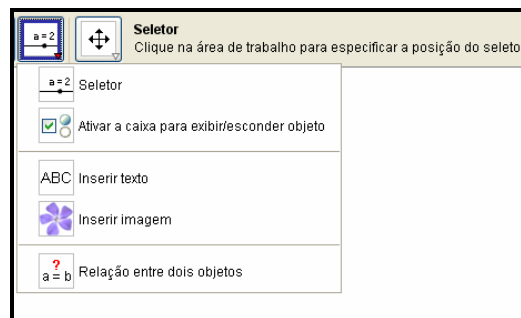
➤ **Transladar por um vetor** - essa ferramenta desenha um objeto transladado. Clique, com o botão esquerdo do mouse, no objeto a ser transladado e, a seguir, clique no vetor de translação.

➤ **Ampliar ou reduzir um objeto a partir de um ponto por um determinado fator** - essa ferramenta desenha o objeto

ampliado ou reduzido a partir de um ponto por um determinado fator. Clique, com o botão esquerdo do mouse, no objeto a ser transportado e, a seguir, clique no ponto que funcionará como centro da homotetia. Abrirá uma janela na qual você especificará o fator da homotetia.


➤ Clicando na seta do botão, 


visualizamos as seguintes opções:



➤ **Seletor** - selecionando essa ferramenta e clicando sobre qualquer lugar na janela geométrica com o botão esquerdo do mouse, você cria um seletor para um número ou para um ângulo. Aparecerá uma janela na qual você especificará o intervalo [min, max] do respectivo número ou ângulo e a largura do seletor (em pixel). Um seletor nada mais é do que uma representação gráfica de um número ou ângulos livres.

➤ **Ativar a caixa para exibir/esconder objeto** - essa ferramenta ativa a caixa para exibir/esconder objeto. Clique na janela geométrica, com o botão esquerdo do mouse, para criar uma caixa de seleção. Ex.: trace um triângulo

qualquer usando a ferramenta 

Selecione a ferramenta  e clique com o botão esquerdo do mouse sobre a janela geométrica. Na janela que se abrirá, digite T para a legenda e selecione o Triângulo poly1. Isso fará aparecer na área de trabalho um quadradinho com um T do lado. Clique sobre o T (junto ao

quadrado) com o botão direito do mouse e selecione **Propriedades**. Na janela que se abrirá, selecione a aba **Avançado** e, então, digite uma condição para aparecer esse quadrado (e o T) e clique em **Fechar**. Por exemplo, digite a condição  $\text{poly1} < 3$ . Movimente um dos vértices do Triângulo poly1 de modo a mudar sua área e observe que o quadrado é exibido/escondido.




**Inserir texto** – clicando, com o botão esquerdo do mouse, na área de trabalho, o texto que você digitar, na janela que será aberta, aparecerá neste local.



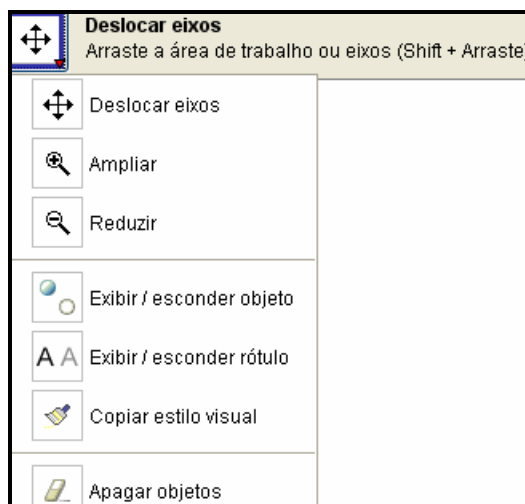
**Inserir imagem** – essa ferramenta permite acrescentar uma imagem numa construção. O ponto onde você clicar, com o botão esquerdo do mouse, será o vértice inferior esquerdo da imagem. Após o clique na tela uma caixa de diálogo será aberta na qual você selecionará a imagem a ser inserida.



**Relação entre dois objetos** – essa ferramenta informa numa caixa de mensagem a relação entre dois objetos.

➤ Clicando na seta do botão, 

visualizamos as seguintes opções:



**Deslocar eixos** – essa ferramenta permite arrastar a área de trabalho ou os eixos.




**Ampliar** – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de aproximação.



**Reduzir** – ao clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer lugar da área de trabalho, essa ferramenta produz um zoom de afastamento.



**Exibir/esconder objeto** – ao selecionar essa ferramenta e clicar, com o botão esquerdo do mouse, sobre um objeto ou mais, você o(s) estará selecionando para ser(em) escondido(s). Porém, isso só ocorrerá, de fato, quando você selecionar outra ferramenta qualquer. Você poderá voltar a exibir os objetos ocultos, selecionando novamente

a ferramenta , mas ao mudar de ferramenta os objetos voltarão a ficar ocultos. Caso deseje exibir, de fato, um objeto, clique com o botão direito do mouse, na janela algébrica, sobre este objeto e selecione a opção **exibir objeto**.



**Exibir/esconder rótulo** – clique, com o botão esquerdo do mouse, no rótulo do objeto para escondê-lo e no objeto para voltar a exibi-lo.



**Copiar estilo visual** – essa ferramenta permite copiar as propriedades visuais como cor, dimensão, estilo de reta, etc., a partir de um objeto, para vários outros objetos. Escolha o objeto cujas propriedades você quer copiar. A seguir clique em todos os outros objetos que devem adotar essas propriedades.





**Apagar objetos** – clique com o botão esquerdo do mouse, sobre qualquer objeto que ele será apagado.

## ❖ 2ª Parte – Atividades Iniciais

A segunda parte desta apostila contém atividades elementares, elaboradas por Gilmar Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista, com a finalidade de favorecer o reconhecimento das funções de algumas ferramentas.


### Atividades


- a. Crie dois pontos livres.
- b. Construa um segmento de reta com extremidades nos pontos criados no item anterior.
- c. Apague o segmento construído, inclusive as extremidades (para apagar um objeto, clique sobre ele com o botão direito do mouse e, a seguir, clique em **Apagar** ou use a ferramenta , na barra de botões).
- d. Usando apenas a ferramenta , construa um outro segmento de reta.
- e. Marque o ponto médio do segmento construído no item anterior.
- f. Movimente uma das extremidades do segmento. Observe a janela geométrica e a janela algébrica.
- g. Clique sobre o segmento com o botão direito do mouse, a seguir clique em **Propriedades** e mude a cor e a “espessura” da linha.
- h. Construa a circunferência que passa pelas extremidades do segmento.
- i. Renomeie as extremidades do segmento (clique sobre cada extremidade do segmento, com o botão direito do mouse e, no menu que abrirá, clique em **Renomear**. Na janela que aparecerá, digite o novo nome do ponto e clique em **Aplicar**).
- j. Trace uma reta paralela ao segmento.
- k. Esconda o segmento (na janela algébrica, clique sobre o nome do segmento com o botão direito do mouse e, então, desative a opção **exibir objeto**). A seguir exiba novamente (repita o procedimento anterior, porém, ativando a opção **exibir objeto**). Também é possível esconder objetos clicando, com o botão direito do mouse, sobre o segmento, na janela geométrica.
- l. Selecione um arquivo novo, sem salvar as alterações feitas (a menos que deseje).
- m. Selecione a ferramenta **Polígono**. Construa alguns polígonos, estando a janela geométrica com os eixos cartesianos e malha quadriculada. A seguir, retire os eixos cartesianos e a malha, da janela geométrica.
- n. Solicite uma nova janela, para tanto, clique em **Arquivo**, e a seguir, em **Nova janela**.
- o. Selecione a ferramenta **Polígono regular** e construa um octógono regular.

## ❖ 3ª Parte – Atividades de Geometria Plana

A terceira parte desta apostila contém atividades, elaboradas por Gilmar Teixeira Barcelos e Silvia Cristina Freitas Batista, com a finalidade de mostrar algumas das inúmeras formas de aplicação do *software* GeoGebra como recurso didático para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Plana.

### Atividade 1

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa uma circunferência utilizando a ferramenta .

- c. Construa uma circunferência utilizando a ferramenta .
- d. Movimente os dois círculos, pelo centro. Descreva a diferença que você observou entre as duas opções.
- e. Copie o que está na janela geométrica e cole em um arquivo de um editor de texto (para copiar, clique em **Arquivo**, no alto da tela, selecione **Exportar** e, então, clique em **Copiar para área de transferência**).

### Atividade 2

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa um quadrado ABCD, sem utilizar a ferramenta polígono regular, que possa ser movimentado pela tela sem perder suas propriedades.
- c. Marque os ângulos internos do quadrado.
- d. Mostre, na janela geométrica, a medida dos lados do quadrado (clique sobre um lado qualquer do quadrado, com o botão direito do mouse; no menu que abrirá clique em **Propriedades**; na janela que aparecerá, selecione todos os segmentos, com o botão **control** do teclado apertado; em **exibir rótulo**, selecione **Nome & Valor** e clique em **Fechar**).
- e. Movimente um dos vértices e confira sua construção, observando as medidas dos ângulos e dos lados.
- f. No menu, no alto da tela, clique em **Exibir** e, a seguir, clique em **Protocolo de construção**. Reveja a seqüência de passos de sua construção. Ao terminar, feche essa janela.

### Atividade 3

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa um triângulo retângulo ABC que possa ser movimentado pela tela sem perder suas propriedades.
- c. Marque os ângulos internos do triângulo e observe suas medidas.
- d. Movimente um dos vértices e confira sua construção.
- e. Salve a construção feita (esta será utilizada na atividade 6).

### Atividade 4

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa um triângulo isósceles ABC que possa ser movimentado pela tela sem perder suas propriedades.
- c. Observe as medidas dos lados do triângulo, na janela algébrica. Movimente um dos vértices e confira sua construção.
- d. Marque os ângulos internos do triângulo e observe suas medidas.
- e. Movimente, novamente, um dos vértices e descreva o que você observou quanto à medida dos ângulos da base.


### Atividade 5

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa um triângulo equilátero ABC, sem utilizar a ferramenta polígono regular, que possa ser movimentado pela tela sem perder suas propriedades.
- c. Observe as medidas dos lados do triângulo, na janela algébrica. Movimente um dos vértices e confira sua construção.
- d. Marque os ângulos internos do triângulo e observe suas medidas.
- e. Movimente, novamente, um dos vértices e descreva o que você observou quanto à medida dos ângulos internos.

**Atividade 6**

- Abra o arquivo que contém o triângulo retângulo.
- Trace a mediana relativa a hipotenusa. Mostre na janela geométrica a medida dessa mediana e da hipotenusa.
- Compare as medidas indicadas no item b.
- Movimente um dos vértices e compare novamente a medida da mediana relativa à hipotenusa com a medida da hipotenusa.
- Enuncie com suas palavras a propriedade que você observou.

**Atividade 7**

- Abra um arquivo novo.
- Construa um triângulo ABC.
- Marque os pontos médios dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$ , de modo que o ponto médio de  $\overline{AB}$  seja D e o ponto de médio de  $\overline{AC}$  seja E
- Trace  $\overline{DE}$ . Observe, na janela algébrica, a medida de  $\overline{DE}$  e de  $\overline{BC}$ . Utilizando os recursos do *software*, determine a razão entre essas medidas (estando visível o **Campo de entrada**, no rodapé da tela, digite d/b, se assim estiverem nomeados, respectivamente,  $\overline{DE}$  e  $\overline{BC}$  e clique **Enter**). O valor da razão aparecerá na janela algébrica.
- Ative a ferramenta **Inserir texto** () , clique em qualquer lugar na janela geométrica, a seguir, na janela que será aberta digite: "DE/BC = " + (d / b) e clique em aplicar.
- Movimente um dos vértices do triângulo e observe a razão entre as medidas de  $\overline{DE}$  e  $\overline{BC}$ . Descreva a propriedade observada.

**Atividade 8**

- Abra um arquivo novo.
- Construa um triângulo ABC.
- Utilizando a ferramenta **Mediatriz** (no menu que contém a ferramenta **Reta perpendicular**), construa a mediatriz do lado  $\overline{AB}$  e a do lado  $\overline{AC}$ . Marque o ponto D, interseção dessas retas.
- Trace a mediatriz do lado  $\overline{BC}$ , movimente um dos vértices e verifique que ela também passa por D.
- Trace a circunferência de centro D que passa por A. Observe as posições dos pontos B e C em relação à circunferência.
- Movimente um dos vértices do triângulo e descreva o que foi observado quanto ao ponto de interseção das mediatrizes.
- Salve a construção feita.

**Atividade 9**

- Abra um arquivo novo.
- Construa um triângulo ABC.
- Trace duas alturas desse triângulo e marque o ponto D, interseção dessas retas.
- Trace a terceira altura, movimente um dos vértices e verifique que ela também passa por D (ortocentro do triângulo ABC).

- e. Movimente novamente um dos vértices de forma a obter triângulos acutângulos, obtusângulos e retângulos.
- f. Relacione a posição do ortocentro com a classificação dos triângulos quanto à medida de seus ângulos (acutângulo, obtusângulo ou retângulo).

### Atividade 10

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa uma circunferência pelo centro (A) e um de seus pontos (B).
- c. Marque três outros pontos, C, D e E, da circunferência, de modo que o ponto D fique entre os pontos C e E.
- d. Construa os segmentos  $\overline{EC}$ ,  $\overline{ED}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{AD}$ .
- e. Marque o ângulo inscrito  $\widehat{CED}$  e o ângulo central  $\widehat{CAD}$ . Observe a medida desses ângulos e compare-as.
- f. Clique sobre o ângulo  $\widehat{CED}$ , com o botão direito do mouse, e desative a opção que permite mostrar ângulos maiores que  $180^\circ$  (clique em **Propriedades** e, a seguir, em **Básico**, desmarque a referida opção)
- g. Movimente o ponto **E** e compare, novamente, a medida do ângulo  $\widehat{CED}$  convexo com a medida do ângulo central correspondente.
- h. Movimente o ponto **C** ou **D** e compare, novamente, a medida do ângulo  $\widehat{CED}$  convexo com a medida do ângulo central correspondente.
- i. Descreva o que você observou quanto à medida do ângulo inscrito em relação à medida do ângulo central correspondente.

### Atividade 11

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa uma circunferência pelo centro (A) e um de seus pontos (B).
- c. Trace  $\overleftrightarrow{AB}$ .
- d. Marque a outra interseção da reta AB com a circunferência (ponto C).
- e. Marque um ponto D da circunferência (distinto de B e C)
- f. Trace  $\overline{DB}$  e  $\overline{DC}$ .
- g. Marque os ângulos  $\widehat{CDB}$  e  $\widehat{CAB}$  e compare suas medidas.
- h. Movimente o ponto D sobre a circunferência e compare novamente a medida do  $\widehat{CDB}$  com a medida de  $\widehat{CAB}$ .
- i. Classifique o triângulo BCD quanto à medida de seus ângulos.

### Atividade 12

- a. Abra um arquivo novo.
- b. Construa uma circunferência pelo centro e um de seus pontos.
- c. Construa um quadrilátero convexo inscrito na circunferência traçada.
- d. Marque os ângulos internos do quadrilátero.
- e. Utilizando recursos do *software*, calcule a soma das medidas dos ângulos opostos, determinados no item anterior (no **Campo de entrada**, solicite a soma das medidas de cada par de ângulos opostos, usando para isso as letras gregas apresentadas numa janela à direita do campo de entrada. Teclie **enter** ao final de cada soma). Compare os resultados encontrados.
- f. Movimente um dos vértices do quadrilátero (tendo o cuidado de preservar o quadrilátero convexo) e observe novamente as somas dos ângulos, na janela algébrica.

- g. Enuncie, com suas palavras, o que foi observado quanto a soma das medidas dos ângulos opostos do quadrilátero convexo.

### Atividade 13

- Abra um arquivo novo
- Crie uma circunferência pelo centro (A) e um de seus pontos (B).
- Marque dois outros pontos (C e D) da circunferência.
- Marque um ponto E no interior da circunferência.
- Trace  $\overleftrightarrow{EC}$  e marque a outra interseção desta reta com a circunferência (F).
- Trace  $\overleftrightarrow{ED}$  e marque a outra interseção desta reta com a circunferência (G).
- Trace  $\overline{EC}$ ,  $\overline{ED}$ ,  $\overline{EF}$  e  $\overline{EG}$  e observe suas medidas na janela algébrica.
- Utilizando recursos do *software* determine o produto da medida de  $\overline{EC}$  pela medida de  $\overline{EF}$  e o produto da medida de  $\overline{EG}$  pela medida de  $\overline{ED}$  (no **Campo de entrada** solicite os referidos produtos, utilizando as letras com as quais os segmentos foram nomeados e usando símbolo \* para a multiplicação). Compare os produtos obtidos.
- Movimente um dos pontos da circunferência (e observe, novamente, os referidos produtos).
- Enuncie, com suas palavras, a propriedade que você observou.

### Atividade 14

- Abra um arquivo novo.
- Construa uma circunferência pelo centro (A) e um de seus pontos (B).
- Utilizando a ferramenta **Tangentes** (no menu que contém a ferramenta **Reta perpendicular**), construa duas semi-retas de mesma origem tangentes à circunferência.
- Marque os pontos de interseção (D, E) da circunferência com as semi-retas.
- Trace  $\overline{CD}$  e  $\overline{CE}$ . Observe, na janela algébrica a medida desses segmentos e compare-as.
- Movimente o ponto C e compare, novamente, a medida de  $\overline{CD}$  e  $\overline{CE}$ .
- Movimente o centro (A) da circunferência e compare, novamente, a medida de  $\overline{CD}$  e  $\overline{CE}$ .
- Enuncie com suas palavras a propriedade que você observou.