

COORDENAÇÃO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – **CPPG**  
 TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO PROCESSO  
 DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

**SOFTWARE MuPAD-PRO 2.5.3 – ATIVIDADES**

(É possível fazer *download* de uma versão avaliativa completa deste *software* no endereço eletrônico <http://www.mupad.com/index.php?menu=3&ID=66740>. No entanto, esta cópia expira em 30 dias. Existe o MuPad *Light* que é gratuito para uso com fins educacionais - estudantes, professores, representantes de instituições educacionais - mas é necessário obter uma licença. Na última página deste material há um roteiro de como obter esta licença.)

**1ª Parte : Atividades Exploratórias do Software**

1. Selecione a função **2D plot** e obtenha o gráfico da função  $y = x^5 + 3x + 1$ . Para isto, digite **somente a lei** da função no local indicado pelo *software* e tecla **enter**. Repita a operação para a função  $y = \sin(x) + \cos(x)$ .



2. Selecione a função **3D plot** e obtenha o gráfico da função  $z = x^2 + y^2$ . Novamente, só digite a lei da função do local indicado e tecla **enter**. Repita a operação para a função  $z = \sin(x) + \cos(x)$ .



3. Selecione a função **factor**. Digite, no local indicado, a expressão  $a^2 + 2ab + b^2$  e tecla **enter**. Repita a operação para a expressão  $x^2 + 5x + 6$ .

$$(a+b)^2$$

4. Selecione a função **expand**. Digite, no local indicado, a expressão  $(a+b)^2$  e tecla **enter**. Repita a operação para  $(x+3)(x+2)$ .

$$a^2 + 2ab + b^2$$

5. Selecione a função **simplify**. Digite, no local indicado, a expressão  $e^0 - 1 + \ln(1)$  e tecla **enter**. Repita a operação para a expressão  $\sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$ .

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$

6. Selecione a função **solve**. Digite, no primeiro local indicado, a equação  $3x+2=5$ . No segundo local, digite **x**, que é a incógnita que está sendo considerada, e tecla **enter**.

$$\{x | f=0\}$$

Repita a operação para a equação  $5x+a+3b=7$ , sendo **b** a incógnita da mesma.

Repita a operação para a equação  $x^2 = -4$ , sendo **x** a incógnita da mesma.

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 5 \\ x + 2y + 4z = 1 \\ -x + 3y + z = 4 \end{cases}$$

Para isto, selecione a função **solve**, digite  $\{3x + 2y + 5z = 5, x + 2y + 4z = 1, -x + 3y + z = 4\}$  no primeiro local,  $\{x, y, z\}$  no segundo local e tecla **enter**.

7. Selecione a função **approximate**. Digite **PI** local indicado (ou selecione  $\pi$  na janela de símbolos) e tecla **enter**.

Repita a operação para  $\text{sqrt}(2)$  (raiz quadrada de 2).

$$\pi \approx 3.14...$$

8. Selecione a função **substitute**. Digite, no primeiro local indicado, a expressão  $x^3 + 2x + x^{-1}$ . Complete o segundo espaço com um valor para **x**,  $x = 2$ , por exemplo e tecla **enter**.

Repita a operação para a expressão  $1/(2x+2)$ , sendo  $x = -1$ .

$$f(x)|_{x=y}$$

9- Digite **A:=** (letra **a** maiúscula seguida de dois pontos e sinal de igual) e selecione a função **matrix**. Solicite uma matriz 2x2, complete-a com os números que desejar e tecla **enter**. Essa é a sua matriz A.



Digite B:= e repita o procedimento anterior, criando uma matriz B, também do tipo 2x2.

É possível operar com essas matrizes. Por exemplo, digite A+B no local indicado pela bolinha vermelha e tecla **enter**. Repita a operação para A – B e para A\*B.

Determine a inversa da matriz A (se esta existir), digitando A<sup>(-1)</sup> (ou 1/A ) e tecla **enter**.

Para obter o determinante da matriz B, por exemplo, clique na janela **Extras**, selecione **Matrizes** e, em seguida, **Determinant**. No local indicado na tela, digite B e tecla **enter**.

## 2ª PARTE: TRABALHANDO COM SISTEMAS LINEARES

- Para cada sistema a seguir:
  - selecione a função **solve** e digite no primeiro local as três equações, entre chaves, separadas por vírgula. No segundo local digite {x, y, z} e tecla **enter**.
  - selecione a função **3D plot**, digite a lei das 3 funções na forma explícita separadas por vírgula e tecla **enter**.
  - A partir dos itens **a** e **b**, classifique os sistemas e determine o conjunto solução.

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 2y - 2z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 7y - 2z = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 4 \\ 2x - 4y - 6z = 5 \\ 2x - 6y + 9z = 12 \end{cases}$$

## 3ª PARTE: TRABALHANDO COM PROGRESSÕES

### • SUCESSÕES NUMÉRICAS

- Na seqüência  $a_n = \sqrt{\frac{n-1}{2n}}$ , com  $n \in N$ , tal que  $1 \leq n \leq 10$ , quantos termos são racionais?

Para determinar  $a_n$  utilizando o MuPad, digite o indicado abaixo e tecla **enter**.  
 $a(n) = \text{sqrt}((n-1)/(2*n))$  \$ n = 1..10

- Considere a seqüência  $b_n$ ,  $n \in N$ , definida por:

$$b_n = \begin{cases} 3n + 5, & \text{para } 1 \leq n \leq 4 \\ 2b_{(n-3)}, & \text{para } 5 \leq n \leq 7 \end{cases}$$

Determine os termos desta seqüência utilizando o MuPad. Para isso, digite:

$b(n) = 3*n+5$  \$ n = 1..4 e tecla **enter**.

$b(n) = 2*b(n-3)$  \$ n = 5..7 e tecla **enter**.

$b(1):= 8$  ;  $b(2):= 11$  ;  $b(3):=14$  ;  $b(4):=17$  e tecla **enter**.

Novamente digite (ou copie e cole):

$b(n) = 2*b(n-3)$  \$ n = 5..7 e tecla **enter**

- Considere a seqüência  $c_n$ ,  $n \in N$ , definida por  $c_n = n^2$ , para  $1 \leq n \leq 5$ . Determine os termos de  $c_n$  e a soma de todos estes termos.

Para isso, digite:

$c(n) = n^2$  \$ n = 1..5 e tecla **enter**.

$\text{sum}(n^2, n = 1..5)$  e tecla **enter**.

- Determine o 1000º termo da seqüência  $d_n$ ,

$$n \in N, \text{ definida por } d_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Para isso, selecione a função **substitute** e digite, no local indicado,

$(1 + 1/n)^n$ ,  $n = 1000$  e tecla **enter**.

Para favorecer o entendimento desse valor, selecione a função **approximate**, copie e cole no local indicado o comando dado na linha anterior, ficando, portanto, como indicado abaixo, e tecla **enter**:

$\text{Float}(\text{subs}((1 + 1/n)^n, n = 1000))$

Compare o valor obtido com o valor de **e** (número de Euler) . Para tanto, selecione a função **approximate**, digite **E** e tecla **enter**.

• **PROGRESSÃO ARITMÉTICA**

- Determine o valor de  $x$ ,  $x \in R$ , para que os números  $x^2$ ,  $(x+2)^2$  e  $(x+3)^2$  sejam, nessa ordem, termos de uma PA.  
Escreva a equação necessária para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-la.
- Determine quatro números em progressão aritmética crescente, sabendo que sua soma é  $-2$  e que a soma de seus quadrados é  $6$ .  
Escreva o sistema necessário para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-lo.
- Qual é o primeiro termo de uma PA em que  $a_{10} = 39$  e a razão é igual a  $4$ .  
Para determinar  $a(1)$  com auxílio do Mupad, digite:  
  
 $a(10) := 39$  e tecla enter.  
 $r := 4$  e tecla enter  
 $a(1) := a(10) - 9*r$  e tecla enter.
- Em uma PA crescente,  $a_2 + a_6 = 20$  e  $a_4 + a_9 = 35$ . Determine o primeiro termo e a razão desta PA.  
Escreva o sistema necessário para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-lo.
- Determine a soma dos 10 primeiros termos da PA que tem o primeiro termo igual  $3$  e a razão igual a  $7$ .  
Monte a lei que define a função e, então, utilize a função **sum**.
- Um teatro possui 12 poltronas na primeira fileira, 14 na segunda, 16 na terceira e assim, sucessivamente, até terminarem as fileiras. Sabendo que o teatro possui um total de 620 poltronas, determine o número de fileiras existentes no mesmo.  
Escreva a equação necessária para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-la.

• **PROGRESSÃO GEOMÉTRICA**

- São dados quatro números,  $x$ ,  $y$ ,  $6 + x$ ,  $4 + y$ , nessa ordem. Sabendo que os três primeiros estão em PA e os três últimos estão em PG, determine  $x$  e  $y$ .  
Escreva o sistema necessário para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-lo.
- A seqüência  $(a, b, c)$  é uma PG crescente e a seqüência  $(a - 1, b, c)$  é uma PA. Sabendo que  $a+b+c = 19$ , determine os valores de  $a, b, c$ .  
Escreva o sistema necessário para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-lo.
- Determine a soma dos termos da PG infinita  $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{15}, \frac{9}{75}, \dots\right)$ .  
Para calcular esta soma utilizando o MuPad, digite  
 $sum(1/3*(3/5)^(n-1), n=1..infinity)$
- Resolva a equação:  

$$5x + \frac{10x}{3} + \frac{20x}{9} + \dots = 20$$
Utilize a fórmula da soma dos termos de uma PG infinita, escreva a equação necessária para a resolução do problema e selecione a função **solve** para resolvê-la.  
**ou**  
Selecione a função **solve** e, em seguida a função **sum**, de modo que fique como indicado abaixo:  
 $solve((sum((5*x)^(2/3)^(n-1), n=1..infinity)) = 20, x)$
- Determine as progressões geométricas infinitas e de termos reais em que  $a_7 = 200$  e  $a_3 = 3200$ .  
Escreva a equação necessária para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-la.
- Determine o número mínimo de termos que devem ser considerados na PG  $(3, 9, 27, 81, \dots)$  para se obter uma soma maior que  $1000$ .  
Escreva a inequação necessária para a resolução do problema e utilize a função **solve** para resolvê-la.  
Para possibilitar a identificação do número de termos, utilize a função **approximate**.

**4ª PARTE: TRABALHANDO COM ANÁLISE COMBINATÓRIA**

1. Reflita sobre os resultados encontrados em cada item:
- a) digite 5! e tecle enter;
  - b) digite 4! e tecle enter;
  - c) digite 3! e tecle enter;
  - d) digite 0! e tecle enter;
  - e) digite 1! e tecle enter;
  - f) digite (-3)! e tecle enter.

2. Utilize a função **expand** e simplifique as expressões abaixo:

- a)  $\frac{n!}{(n-1)!}$
- b)  $\frac{n! - (n+1)!}{n!}$
- c)  $\frac{(15-n)!(n+3)!}{(n+4)!(13-n)!}$

Reflita sobre cada resultado encontrado.

3. Considere a lista [a, b, c, d].
- a) Quantas são as permutações simples dos elementos dessa lista?  
 Digite  
`combinat::permutations::count ([a,b,c,d])` e tecler enter
  - b) Quais são essas permutações?  
 Digite  
`combinat::permutations::list ([a,b,c,d])` e tecler enter

4. Considere a lista [a, b, c, c].
- a) Quantas são as permutações dos elementos dessa lista (observe que há elementos repetidos)?  
 Digite  
`combinat::permutations::count ([a,b,c,c])` e tecler enter
  - b) Quais são essas permutações?  
 Digite  
`combinat::permutations::list ([a,b,c,c])` e tecler enter

5. Um automóvel tem 5 lugares, incluindo o do motorista. De quantas formas diferentes 5 pessoas podem ocupar os lugares do automóvel se:
- a) todas sabem dirigir? 5!
  - b) apenas uma sabe dirigir? 4!

6. Calcule:
- a)  $C_{7,2}$  (digite **binomial** (7,2))
  - b)  $C_{7,5}$
  - c)  $C_{7,1}$
  - d)  $C_{7,6}$
  - e)  $C_{7,7}$
  - f)  $C_{7,0}$

7. De um grupo de 8 pessoas, de quantas formas diferentes é possível formar uma comissão de:
- a) 3 pessoas; (binomial (8,3))
  - b) de 4 pessoas, sendo o indivíduo X um dos escolhidos; (binomial (7,3))
  - c) de 5 pessoas, de forma que o indivíduo Y não seja escolhido. (binomial (7,5))

**5ª PARTE: TRABALHANDO COM PROBABILIDADE**

1. Considere todos os números de 5 algarismos distintos que podem ser formados com os algarismos 1,2, 4, 5 e 9. Sorteando-se aleatoriamente um desses números, qual a probabilidade dele ser:
- a) par?  $(2 \cdot 4!)/5!$
  - b) múltiplo de 3? 100%
  - c) múltiplo de 5?  $4!/5!$
  - d) múltiplo de 9? 0

2. De um grupo de 3 professores de Matemática, 2 de Química e 4 de Física, escolhem-se aleatoriamente 5 para participarem de uma comissão. Qual é a probabilidade de, entre os professores escolhidos:

- a) não haver nenhum professor de Química?  
 $\text{binomial}(7,5)/\text{binomial}(9,5)$
- b) estarem todos os professores de Matemática?  
 $\text{binomial}(6,2)/\text{binomial}(9,5)$

3. Um casal pretende ter 4 filhos e quer saber qual é a probabilidade de ter :

a) 4 meninos:

Digite

f:= stats:: binomialPF (4,1/2):

tecle enter . Digite f(4) e tecle enter .

Refleta sobre o resultado encontrado

b) 3 meninos e 1 menina:

Digite f(3) e tecle enter .

c) 2 meninos e 2 meninas

Digite f(2) e tecle enter .

d) 1 menino e 3 meninas:

Digite f(1) e tecle enter .

e) 4 meninas:

Digite f(0) e tecle enter .

4. Uma moeda é lançada 8 vezes. Qual é a probabilidade de sair “cara” 5 vezes?

Digite

g = stats:: binomialPF (8,1/2):

tecle enter . Digite f(5) e tecle enter .

## Bibliografia

Dante, L. R. (1999) *Matemática: Contexto e Aplicações*. São Paulo: Ática, v.1.

Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D. Périgo, R. (2002) *Matemática: Volume Único*. São Paulo: Atual.

## Roteiro para Licença Gratuita do MuPad Light

1. Acesse o site <http://www.mupad.org/muptan.html>;
2. Escolha uma língua: a) **inglês Americano**; b) inglês Bretão; c) Alemão. Escolha qualquer inglês;
3. Escolha a terceira opção: **Show groups I might join** (mostre os grupos em que eu possa pertencer);
4. Escolha agora a opção que melhor representa a sua situação
  - a. I am a student (Sou estudante)
    - i. School – Escola
    - ii. University - Universidade
    - iii. None - Nenhum
  - b. Noncommercial use (Uso não comercial)
    - i. University Institute - Instituição Universitária
    - ii. Highschool - Escola Secundária
    - iii. No institution, private – Nenhuma instituição, uso particular
    - iv. None - Nenhum
  - c. I represent a University (Represento uma Universidade)
    - i. big (> 20.000 alunos)
    - ii. Médium (< 20.000 alunos)
    - iii. Small (<7.000 alunos)
  - d. I represent a School (Represento uma escola)
    - i. small school (< 500 alunos)
    - ii. big school (> 500 aluno)
  - e. Back (voltar)

Para todas as opções, há a caixa de escolha sobre a localidade onde você vai usar o programa:

- Germany (Alemanha)
- European Union (união Européia)
- **Outside EU (fora da União Européia)**

Escolhendo as opções corretas, clique em **Generate TAN**, e em seguida em **I accept** (eu aceito) nos termos de uso. Então, o sistema lhe fornecerá um número em vermelho que poderá ser usado para licenciar o programa.