

COORDENAÇÃO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – **CPPG**
TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO PROCESSO
DE ENSINO- APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

SOFTWARE WINPLOT

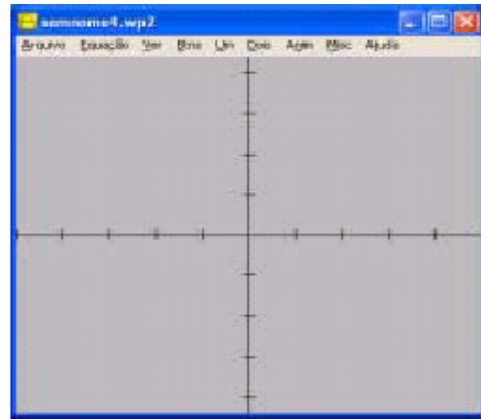
❖ **Seção 1**

A primeira seção deste material contém algumas informações básicas sobre a utilização do software *Winplot* e é parte de uma apostila disponibilizada pelo prof^o Francisco Leal Moreira (PUCRS) em <http://www.mat.pucrs.br/~fmoreira/WINPLOT.pdf>.

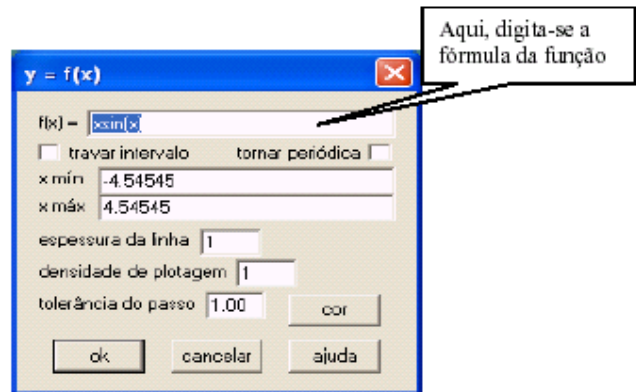
Manual de Consulta Rápida

O *Winplot* é um programa para plotagem de gráficos de funções de uma e duas variáveis, extremamente simples de ser utilizado pois dispensa o conhecimento de qualquer linguagem de programação e é distribuído gratuitamente.

Para visualizar o gráfico de uma função de uma variável $y = f(x)$ utiliza-se a opção **Janela** da barra de menu e em seguida a opção **2-dim** na coluna de comandos. Será apresentada a janela ao lado:



Clicando em **Equação** em seguida a opção **Explícita** será apresentada a janela onde entraremos com a fórmula da função desejada:



Aqui, digita-se a fórmula da função

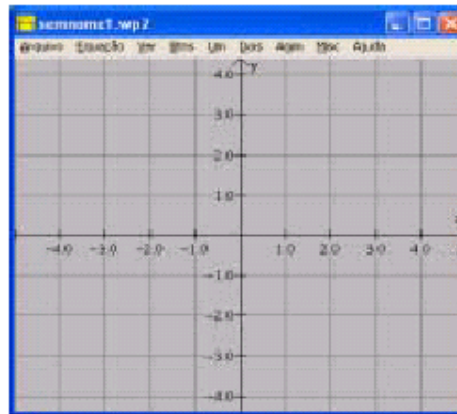
Ao digitar a fórmula da função é preciso observar as regras de sintaxe:

| | | | | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-----------|----------|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Função | x^n | a^x | $\log x$ | $\ln x$ | $\sqrt[n]{x}$ | $ x $ | $\text{sen } x$ | $\text{cos } x$ | $\text{tan } x$ |
| Sintaxe | x^n | a^x | $\log(x)$ | $\ln(x)$ | $\text{root}(n,x)$ | $\text{abs}(x)$ | $\text{sin}(x)$ | $\text{cos}(x)$ | $\text{tan}(x)$ |

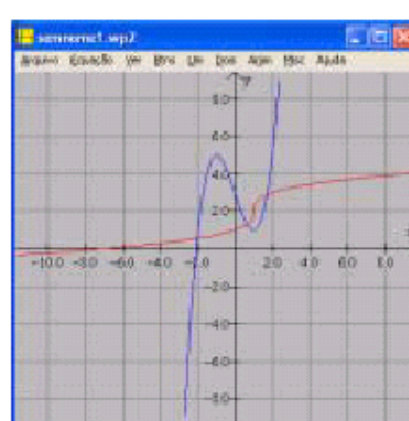
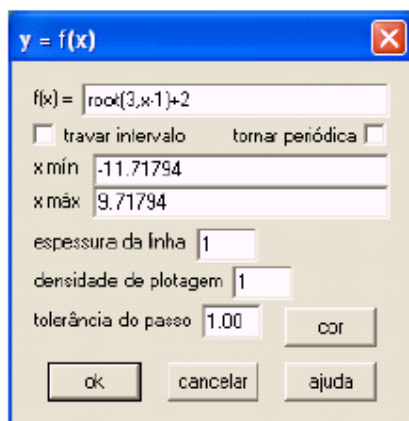
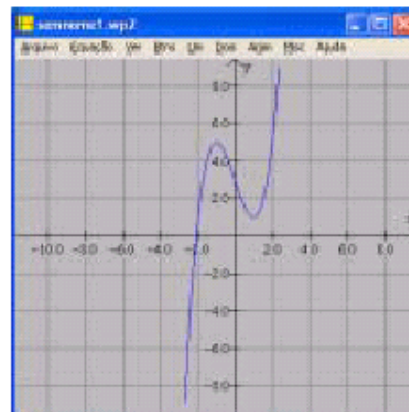
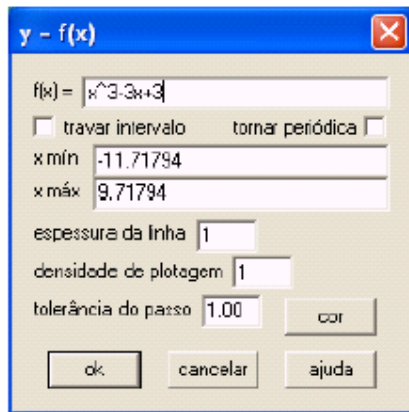
A sintaxe de outras funções pode ser encontrada em **Equação** e a seguir **biblioteca**.

Ao selecionar **Ver** e a seguir **Grade** encontramos, entre outras, as opções:

| | |
|----------------|--|
| setas | Exibe os eixos com setas. |
| rótulos | Exibe os nomes das variáveis nos eixos. |
| escada | Exibe as escalas nos eixos. |
| grade | Exibe linhas de grade no plano do gráfico. |



Consideremos, a título de exemplo, as funções $f(x) = x^3 - 3x + 3$ e $g(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$ para que possamos explorar outras possibilidades que o Winplot oferece. Desenhe os gráficos de f e g .



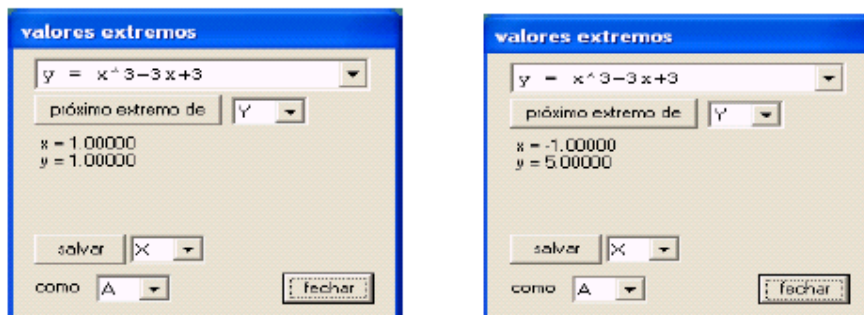
Para encontrar os zeros ou raízes de uma função entre em **Um** e a seguir em **zeros**.



Para descobrir a segunda raiz de uma função, caso exista, basta clicar em **próximo**.

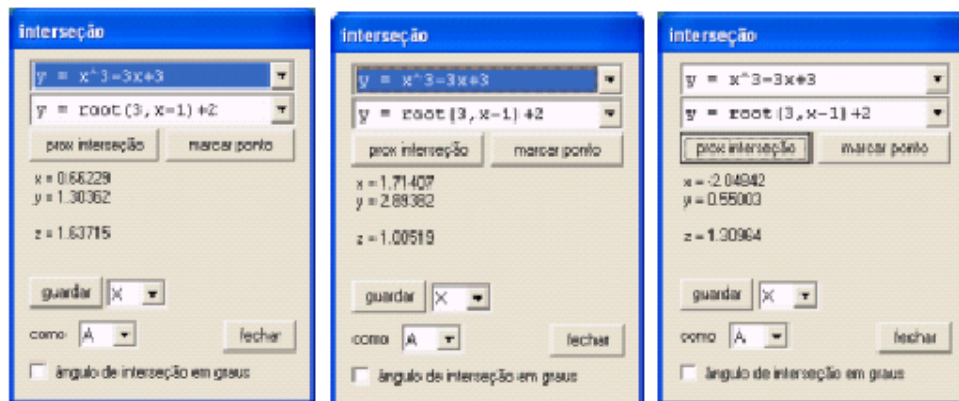
Para encontrar os pontos de máximo e mínimo de uma função entre em **Um** e a seguir em **Extremos**;

Para descobrir um segundo ponto extremante, caso exista, basta clicar em **próximo extremo de**.



Para encontrar os pontos de intersecção dos gráficos de duas funções entre em **Dois** e a seguir em **Intersecções**;

Para descobrir um segundo ponto de intersecção, caso exista, basta clicar em **prox intersecção**.

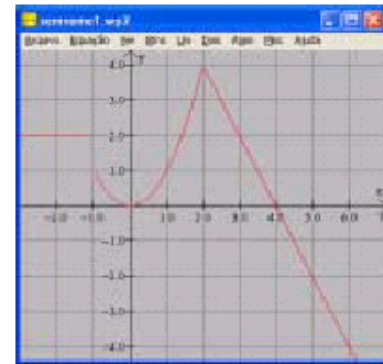
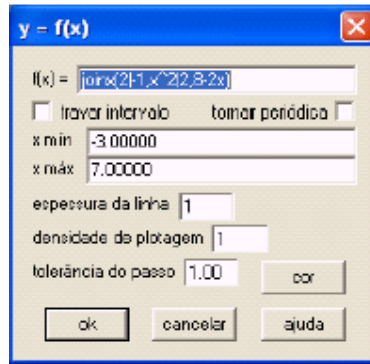


Para encontrar a imagem de um determinado valor de x através do gráfico entre em **Um** e a seguir em **Traço**. Digite o valor de x na linha onde se vê “ $x =$ ” e tecla **enter**.

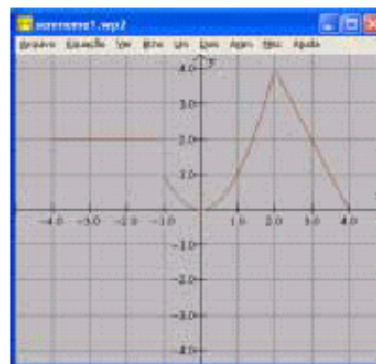
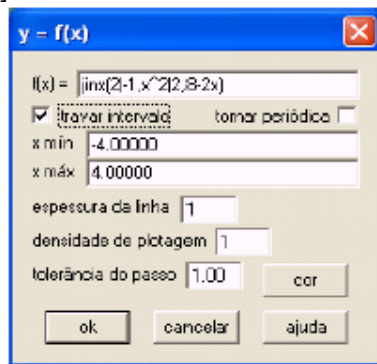


Para visualizar o gráfico de uma função definida por mais de uma lei, clique em **Equação** e no campo “ $f(x) =$ ”, digite **joinx(lei 1| a, lei 2| b,..., lei n)**. O Winplot interpreta **Lei 1** no intervalo $x < a$, **lei 2** no intervalo $a < x < b$, e assim sucessivamente, até a última lei **Lei n** no intervalo formado pelos demais valores. Consideremos o seguinte exemplo:

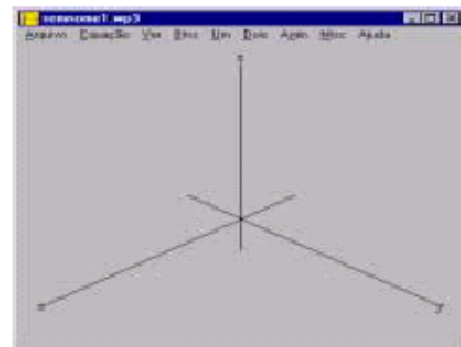
$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x < -1 \\ x^2, & \text{se } -1 < x < 2 \\ 8-2x, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$



Se a função está definida num intervalo limitado à esquerda e à direita, preencha os campos **x mín** e **x máx**, e a seguir marque **travar intervalo**. No exemplo abaixo a função foi restrita ao intervalo $[-4,4]$.



Para visualizar o gráfico de uma função de duas variáveis $z = f(x,y)$ utiliza-se a opção **Janela** da barra de menu e em seguida a opção **3-dim** na coluna de comandos. Será apresentada a janela ao lado:

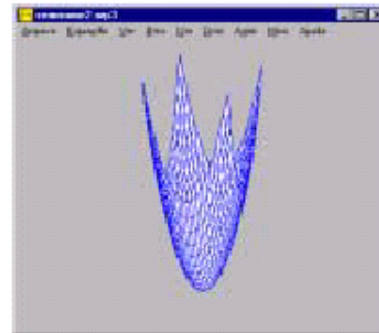


Clicando em **Equação** e em seguida na opção **Explícita** será apresentada a janela onde entraremos com a fórmula da função desejada:

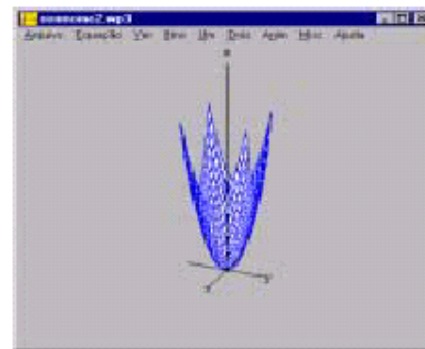


Aqui, digita-se a fórmula da função

Como exemplo, consideremos a função dada por $f(x, y) = x^2 + y^2$



Para visualizar os eixos, basta clicar em **Ver** e a seguir em **Eixos**



Você pode ampliar ou reduzir o gráfico através das teclas **Page Up** e **Page Down**, respectivamente.

Você pode modificar a posição da superfície através das teclas:



2ª Parte

A 2ª parte deste material é composta de atividades a serem desenvolvidas com o auxílio do software *Winplot*. Estas atividades foram elaboradas por professores de Matemática do CEFET Campos e trabalhadas com alunos de Ensino Médio.

**FUNÇÃO DO 2º GRAU
TRANSFORMAÇÕES GRÁFICAS**

1. Comparação da função $y = x^2$ com as funções da forma $y = x^2 + p$ onde $p \in \mathbb{R}$.

a) Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir num mesmo plano cartesiano.

- 1.1 $y = x^2$
- 1.2 $y = x^2 + 2$
- 1.3 $y = x^2 + 4$
- 1.4 $y = x^2 - 3$
- 1.5 $y = x^2 - 1$

b) Determine as coordenadas do vértice de cada uma das parábolas esboçadas.

- 1.1 _____
- 1.2 _____
- 1.3 _____
- 1.4 _____
- 1.5 _____

c) Compare o gráfico das funções da forma $y = x^2 + p$ ($p \in \mathbb{R}$) com o gráfico da função $y = x^2$. Que tipo de influência o coeficiente p exerce sobre o gráfico da função $y = x^2$?

2. Comparação da função $y = x^2$ com as funções do tipo $y = (x + i)^2$ onde $i \in \mathbb{R}$.

a) Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir num mesmo plano cartesiano.

- 2.1 $y = x^2$
- 2.2 $y = (x + 1)^2$
- 2.3 $y = (x - 1)^2$
- 2.4 $y = (x - 3)^2$
- 2.5 $y = (x + 4)^2$

b) Determine as coordenadas do vértice de cada uma das parábolas esboçadas.

- 2.1 _____
- 2.2 _____
- 2.3 _____
- 2.4 _____
- 2.5 _____

c) Compare o gráfico das funções da forma $y = (x + i)^2$ ($i \in \mathbb{R}$) com o gráfico da função $y = x^2$. Que tipo de influência o coeficiente i exerce sobre o gráfico da função $y = x^2$?

3. Comparação da função $y = x^2$ com as funções do tipo $y = ax^2$ onde $a \in \mathbb{R}^*$.

a) Utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir num mesmo plano cartesiano.

- 3.1 $y = x^2$
- 3.2 $y = 2x^2$
- 3.3 $y = \frac{3}{2}x^2$
- 3.4 $y = \frac{1}{2}x^2$
- 3.5 $y = \frac{2}{3}x^2$
- 3.6 $y = -x^2$

b) Determine as coordenadas do vértice de cada uma das parábolas esboçadas.

3.1 _____

3.2 _____

3.3 _____

3.4 _____

3.5 _____

c) Compare o gráfico das funções da forma $y = ax^2$ ($a \in \mathbb{R}^*$) com o gráfico da função $y = x^2$. Que tipo de influência o coeficiente a exerce sobre o gráfico da função $y = x^2$?

4. Determine o que se pede em cada item :

- a) utilizando o *Winplot*, esboce o gráfico de cada uma das funções a seguir;
- b) determine as coordenadas do vértice de cada parábola;
- c) determine o conjunto imagem de cada uma das funções;
- d) indique as transformações que ocorreram em relação à função $y = x^2$.

4.1 $y = (x - 3)^2 + 2$

4.2 $y = (x + 1)^2 - 4$

4.3 $y = 2(x + 1)^2 + 1$

4.4 $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$

5. A partir das observações feitas nos exercícios anteriores, determine as coordenadas do vértice das parábolas que representam as funções da forma $y = a(x + i)^2 + p$, sabendo que $a \in \mathbb{R}^*$, $i \in \mathbb{R}$ e $p \in \mathbb{R}$.

6.(UFJF) O esboço do gráfico que melhor representa uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - a)^2 - b$, onde a e b são números reais positivos, é:

SISTEMAS LINEARES

1. Com auxílio do programa *Winplot*, classifique os sistemas abaixo (de **a** até **e** em \mathbb{R}^2 , de **f** até **q** em \mathbb{R}^3):

$$a) \begin{cases} x - 2y = -1 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ 10x - 15y = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - y = 0 \\ -2x + 3y = 4 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 5 \\ -2x + 5y = -3 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2 \\ 3x - 3y + 3z = 3 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 4x + 2y - 6z = 8 \\ 6x + 3y - 9z = 12 \\ 2x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 4x + 2y - 6z = 8 \\ 6x + 3y - 9z = 12 \\ 2x + y - 3z = 5 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x - 2y + 3z = 4 \\ 2x - 4y + 6z = 5 \\ 2x - 6y + 9z = 12 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 7y - 2z = 13 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ 2x + 3y - z = -1 \\ 4x - y + 2z = 12 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 2y - 2z = 12 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ -2x + 5y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ -x + 5y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 9 \\ -x + 2y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 4 \\ 4x + 4y + 7z = 10 \end{cases}$$

$$q) \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$