Algumas orientações Metodológicas para o Ensino de Matemática no Ensino Médio na Educação de Jovens e Adultos. [1]

Dr. Samuel Edmundo López Bello[2]

- **Campos Numéricos: Por que estudá-los no Ensino Médio?**

Muitos educadores devem se perguntar, por que um dos primeiros conteúdos matemáticos a ser abordado no ensino médio refere-se aos conjuntos numéricos. Na verdade, talvez, não há outra justificativa, apenas aquela de caráter matemático. Afinal: como entender a correspondência que associa um determinado ponto da reta euclidiana a um número real e assim construir um sistema de coordenadas (plano cartesiano), no qual muitas funções poderão ser representadas. Assim, a idéia principal por nós considerada de se estudar os diferentes campos numéricos, é para se entender melhor o que significa falar, pensar, representar e operar com os **Números Reais**. Não se trata apenas de dar uma definição, mas de compreendê-los na sua complexidade. Para isso, esta classe de números deve ser estudada nas diferentes temáticas que compõem o estudo da matemática para o Ensino Médio como um todo. Começaremos relembrando aquilo que foi apontado inicialmente no ensino fundamental, quando referimos que os números surgiram pela necessidade da contagem. Estes números foram chamados de naturais (N) e com eles podemos, além de contar, efetuar operações. Todos nós lembramos a nossa escolaridade inicial quando estudávamos a chamadas quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão, para posterior e gradativamente, aparecerem mais algumas ao longo da nossa escolaridade como a potenciação, a radiciação, e finalmente a logaritmação.

Estas 7 operações podem ser organizadas segundo o seguinte quadro:

Operações diretas	Operações inversas
Adição	Subtração
Multiplicação	Divisão
Potenciação	Radiciação/Logaritmação

Certamente, no conjunto dos números naturais (N) todas as operações diretas são possíveis, isto é, a resposta obtida pertencer ao conjunto numérico dos Naturais. No entanto, o mesmo não acontece com as operações inversas que passam a se desenvolver com algumas restrições ou impossibilidades. Observe que é possível, em N, fazer 3-2=1, mas 2-3= ?. Nesse caso, em função que a subtração se tornasse possível, estruturou-se o denominado conjunto dos números inteiros relativos (Z). Este conjunto é formado pelos naturais e seus respectivos opostos simétricos; Z={ ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ....)

Outros	0	-5	1000	-3
Exemplos:	2^3	11	-33	10^6

Assim, nesse conjunto todas subtrações são possíveis, porém as divisões ainda não.

---

[1] Texto elaborado para o conjunto de orientações metodológicas na produção de material de apóio didático-Ensino Médio para Educação de jovens de Adultos. Assessoria desenvolvida junto A SEED/PR, de abril a novembro de 2006.

[2] Dr. Samuel Edmundo López Bello. Professor de Departamento de Ensino e Currículo da FACED-UFRGS. Professor do programa de Pós-Graduação em Educação. E-mail: samuel.bello@ufrgs.br

➢ Os racionais (Q):

Seguindo esse nosso raciocínio, podemos dizer que o conjunto dos racionais se estrutura fundamentalmente para suportar a divisão e por isso sua definição mais conhecida é Q={a/b, sendo a e b ε Z, b ≠ 0}. Nesse caso, pertencem a este conjunto todos os números que podem ser expressos na forma de fração. Assim, pela definição são considerados racionais os números inteiros e aqueles com expansão decimal com número finito de casas decimais (exemplo 01) ou ser uma dízima periodica (exemplo 02), perceba também, que os racionais podem, pela definição, ser tanto positivos como negativos.

Exemplo 01:	0,5	1,3	-2,72	5,3689
	23,87	-7,00001	8,8182	-7,77

Exemplo 02:	0,**3**333....	2,7**345**345345....	2,31**62**6262...
	-0,**42**4242....	23,51**4**444444....	-5,**212**212212....

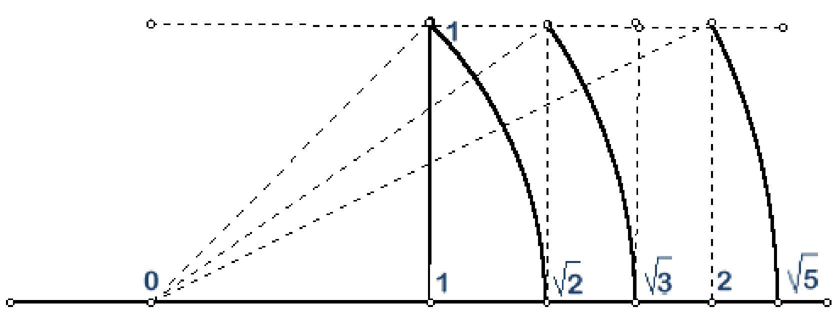
Lembremos que *<u>dízima periódica</u>* é um número com infinitas casas decimais, mas que após um número finito de termos, aparece a repetição de um bloco de termos (período) que vai se repetindo sucessivamente.

De acordo com as considerações anteriores pesquise e discuta com seus alunos a forma de fração correspondente a cada um desses números.

0,5 =	0,**3**333.... =	-0,**42**4242.... =
-2,72 =	23,87 =	-5,**212**212212.... =

➢ Insuficiências geométricas e aritméticas dos Racionais: Os irracionais (I):

Por um certo período, os matemáticos gregos da antiguidade defendiam a idéia que a medição de grandezas contínuas, como é o caso de segmentos da reta euclidiana, poderia ser feita usando-se apenas frações. A descoberta da falsidade de uma afirmação dessas coube aos pitagóricos, ao perceberem que segmentos, como por exemplo a diagonal de um quadrado, não poderiam ser medidos através de números racionais ou múltiplos fracionários adequados. Esta constatação produziu a primeira crise da Matemática, denominada **a crise dos incomensuráveis.** No entanto, os próprios gregos como Eudoxos e Theaithetos produziram soluções para esta crise através da construção de segmentos com régua e compasso, sendo possível, hoje em dia, associar essa representação geométrica a uma representação aritmética do tipo $\sqrt{n}$ sendo n um inteiro positivo.



Muitos séculos depois, a tradução aritmética rigorosamente fundamentada em torno da continuidade da reta seria dada na estruturação do conjunto dos números irracionais seria dada por Ricardo Dedekind, através do conceito de corte (Caraça, 1989). Hoje em dia, diferente do que acontece com outros campos numéricos em que a pesquisa está quase esgotada, a pesquisa matemática é muito fértil em torno de diferentes tipos de irracionais e suas propriedades.

No entanto essa importância não é devidamente destacada n escola básica. Na maioria de textos e livros, utilizados para trabalhar irracionais no ensino médio, os irracionais são apresentados, apenas:

a. como sendo números reais que não racionais; ou seja, os números que não podem ser escritos como uma fração $\frac{a}{b}$ (com a e b $\in$ Z e b $\neq 0$);

b. como sendo números cuja representação decimal é infinita e não periódica;

c. a partir de exemplos como que a diagonal do quadrado não tem medida racional, as raízes quadráticas ($\sqrt{2};\sqrt{3}$) e o conhecido π.

Este estudo não é suficiente, veja por que:

- Normalmente os exemplos de irracionais são as raízes inexatas como $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt{0{,}1}$; $\sqrt{27}$, quando muito $1/\sqrt{3}$; $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; ϕ (o número de ouro) ≈ 1,6180399 mas estes são apenas um tipo de irracional – **os denominados irracionais algébricos**, isto porque são resultado de combinações finitas de operações racionais e radiciações sobre números inteiros;
- Existem números irracionais não algébricos denominados de **transcendentes** são estes o $\pi \approx 3{,}14159...$ o e (número de neper) ≈ 2,718281.... o número de Liouville 0,110001000000000000000001000; 2^{π} ; πe; π^2 ; $\sqrt{\pi}$; segundo Cantor, a grande maioria dos reais é constituída de números transcendentes;
- o conjunto dos irracionais é muito vasto e alguns desses números enganam bem como por exemplo: 1,12112111211112.... este parece uma dízima periódica mas **não é**, veja que **não há** o período que repete. Outros ainda: 0,123456789101112...; tem lógica mas não repetem nada. Todos são irracionais.

Outros números irracionais podem ser gerados operando irracionais com outros números conhecidos como: $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$; $\pi\sqrt{7}$; $-2\sqrt{5}$; 3^{π}; todos os $\log_b n$ que não sejam racionais; todos os ln (logaritmos de base e) não racionais, e assim vai. **Um conhecimento aprofundado dos irracionais é imprescindível na compreensão da matemática, bem como nas aplicações, como é o caso da criptografia.**

Outro dado importante é chamar a tenção dos estudantes para a "quantidade de racionais", versus a "quantidade de Irracionais" que existem na reta euclidiana e que embora ambos conjuntos sejam infinitos, o infinito dos irracionais é muito superior ao infinito dos Racionais. Não é preciso um estudo aprofundado de cálculo para isso, realize, apenas, a seguinte experiência:

A partir de um decaedro regular (poliedro regular de dez faces), faça um dado de dez faces e enumere-as de 0 a 9. A seguir, peça para os alunos jogarem o dado sobre uma mesa plana e, a cada lance, anotarem o dígito que aparece na face mais superior do mesmo, formando assim uma lista de dígitos. Peça para eles fazerem este processo indefinidamente registrando os resultados na forma 0, a_1a_2... que representa um número real não negativo do intervalo [0,1].

O que podemos observar dessa experiência?:

a. Para que este registro represente um número racional, é necessário que a partir de certo momento todos os lances passem a repetir o mesmo padrão, caracterizando uma periodicidade;
b. Podemos intuir que a possibilidade disso acontecer é bastante remota, isto é de quase 0% - nula. Isso não significa que a possibilidade não exista, afinal os racionais existem. No entanto, entenda-se que se tratando de conjuntos infinitos, 0% não é a mesma coisa que impossibilidade;
c. Podemos perceber que a possibilidade de o nosso registro ser um irracional é de 100%, isto é termos achado um número irracional;
d. Se a possibilidade é de 100% , poderíamos dizer que os irracionais são quase a totalidade dos reais, daí também a sua importância de estudo.

Veja assim que unindo os conjuntos **Q** e **I** temos um novo conjunto que passamos a denominar Reais (**R**) e que um número real ou é racional ou é irracional. A idéia de se explorarem os diversos campos numéricos, e em especial os irracionais, para o ensino médio, focaliza-se na compreensão do que significa o conceito de continuidade, isto é, pensar em um número real e em sua respectiva imagem geométrica na reta euclidiana - imaginar o intervalo real como algo contínuo, sem furos, admitindo que a cada ponto da reta euclidiana nós podemos atribuir um determinado número real.

Esta idéias vão ser muito úteis para explorarmos posteirormente as noções de intervalo, intervalo ao infinito, e as representações contínuas de funções através de curvas no plano cartesiano.

Para saber mais:

RIPOL, Jaime B.; RIPOL, Cydara C.; SILVEIRA, José F. P. da. Números Racionais, Reais e Complexos. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Livraria S[a da Costa Editora, 1989. 9ed.

Sites:

http://212.13.49.212/criar/irracionais/irracionais.htm

http://www.ime.unicamp.br/~calculo/modulos/numirrac/

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/

Após suas leituras, pense nas seguintes afirmações sobre operações com números reais e decida se as mesmas são verdadeiras ou falsas, tente levar essa discussão para sala de aula com seus alunos:

a) a soma de dois números irracionais pode ser racional?

b) a soma de um racional com um irracional é sempre um irracional?

c) o inverso de um irracional é sempre um irracional?

d) o produto de dois irracionais é sempre irracional?

e) a raiz quadrada de um número irracional positivo é sempre irracional?

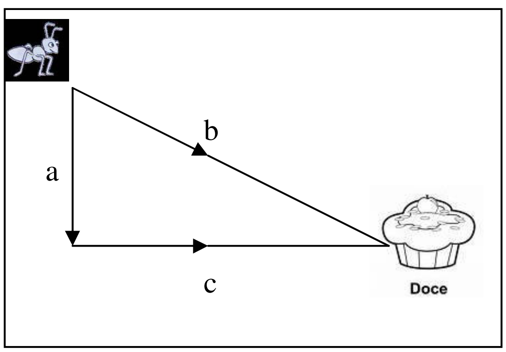
f) o produto de um racional por um irracional é sempre irracional?

g) a divisão de dois irracionais diferentes é sempre irracional?

- **Conhecendo os números Irracionais.**

Iniciemos um debate com a seguinte questão:

Como você descreveria qual dos dois caminhos a formiga deve fazer para chegar ao doce?
(a+c) ou b?



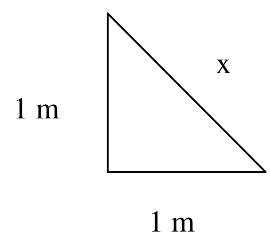
O professor Luiz Barco, em sua coluna na revista Super Interessante nº 147, afirma que até as formigas escolhem andar pelo maior lado do triângulo retângulo, em vez de percorrer os outros dois. Segundo o prof. Barco, calcular caminhos é uma das várias aplicações práticas do teorema de Pitágoras. Usando este teorema, é possível calcular a menor distância entre dois pontos. Segundo referências históricas, Pitágoras, um filósofo que viveu na Grécia aproximadamente 500 anos antes de Cristo, estabeleceu uma relação entre os lados do triângulo retângulo que ficou conhecida como “teorema de Pitágoras”.

A descoberta de Pitágoras foi uma revelação para a matemática, pois surgiram números para os quais não é possível extrair a raiz quadrada exata.

Professor, Lembre-se:

O teorema de Pitágoras diz que: “Em um triângulo retângulo, a soma das medidas dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”.

Peça para os alunos explicarem o que acontece quando aplicamos o teorema de Pitágoras em um triângulo retângulo cujos lados medem 1m.



Peça para os alunos verificarem em uma calculadora o valor de $\sqrt{2}$

Pergunte: Este número encontrado é exato? Como está escrito o valor de $\sqrt{2}$ em forma decimal

Faça os alunos comparem este resultado com alguns números racionais, em forma decimal, como: 1,**3333**...; 52,15**234234234234**...

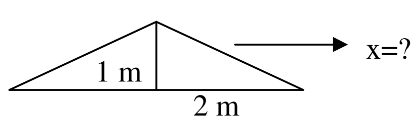
Descreva a diferença entre estes números e o $\sqrt{2}$:

Sistematizando: **Os números como o $\sqrt{2}$, são chamados de irracionais porque não é possível escrevê-los na forma de uma razão, isto é, na forma fracionária com numerador e denominador inteiros.**

Não se esqueça de mencionar que são também exemplos de números irracionais, além de $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{5}$; os números 0,10101101111... 0,12345678910111213141516171819... o conhecido π= 3.14159... que nos permite calcular a área de um círculo e o perímetro de uma circunferência, bem como o número e= 2,7182818284590452.... que nos permite, por exemplo, calcular juros contínuos. Sugerimos também procurar questões que explorem também essas possibilidades.

- Fazendo aproximações:

Os mutirões entre vizinhos, para a construção da casa própria, ocorrem em grande númeo em diferentes regiões do país. Peça para os alunos calcularem, por aproximações sucessivas a medida da viga lateral da estrutura de um telhado como o da figura abaixo:

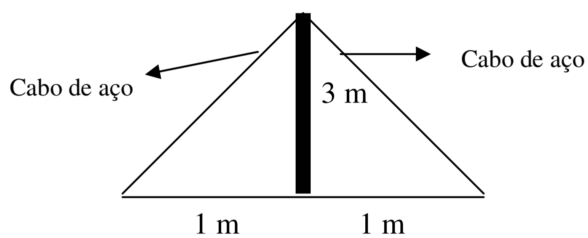


Para obter o valor aproximado pode-se considerar que: como 5 é maior que 4, então √5 deve ser maior que √4; mas √4 é igual a 2, como 5 é menor que 9, então √5 deve ser menor

que $\sqrt{9}$; mas $\sqrt{9}$ é igual a 3, então $\sqrt{5}$ é um número que está entre 2 e 3. Como 5 está mais próximo de 4 do que de 9, então $\sqrt{5}$ deve estar mais próximo de 2 do que de 3.
Assim, multiplique 2,1 por 2,1, e, depois, multiplique 2,2 por 2,2; experimente também multiplicar 2,3 por 2,3. De posse dos resultados obtidos pergunte: qual dos resultados mais se aproxima de 5? Quanto será a medida mínima da viga que deverá ser construída?
Faça eles procurarem agora o valor de $\sqrt{5}$ na calculadora. Após pergunte: a que conclusões podemos chegar com estes dados?

Uma outra situação que pode seguir a mesma lógica da anterior:

Um antena precisa ser afixada por 2 cabos de aço, conforme a figura abaixo. Qual a quantidade mínima necessária de cabo de aço?

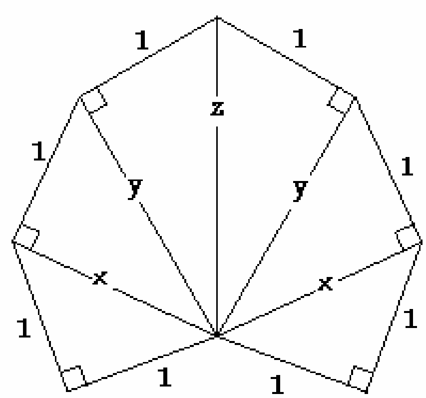


Ao juntarmos os conjuntos dos números irracionais ao conjunto dos números racionais formamos o conjunto dos números reais.

Adaptado de: MURRIE, Zuleika de Felice. *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: ensino médio.* Brasília: MEC, INEP, 2002.

Proponha aos seus alunos a seguinte situação:

Dona Lurdinha ganhou um bibelô que lembrava um pavão. Curiosa, resolveu fazer algumas medições. Ela descobriu os valores de x, y e z. E você?



- **Um pouco de História da Matemática.**

Segue um exemplo de como a História da matemática pode nos auxiliar na exploração de conceitos matemáticos, introduzir perspectivas práticas de resolução de problemas, incentivando os alunos ao estudo e à experimentação, bem como trabalhar com a leitura e escrita em Matemática. Comente com os alunos o texto a seguir, desenvolvendo as operações e os cálculos.

O uso da Geometria em problemas de medidas da astronomia

Desde o início dos tempos, o homem tem utilizado a Matemática para os mais diversos fins. Transposto o primeiro obstáculo das civilizações sedentárias, que iniciaram as atividades de agricultura e pecuária: o registro dos bens (animais, extensões de terras, etc.), a humanidade começou a sofisticar seu pensamento e adequar a linguagem e a simbologia à nova forma de pensar: a Matemática. Muitos dos conhecimentos que utilizamos até os dias atuais foram produzidos na Grécia Antiga. A área mais evoluída naquela época era a Geometria. Esse ramo da Matemática foi utilizado tanto para o engrandecimento do espírito humano, como acreditava Platão, quanto para resolver problemas do cotidiano, como bem o fez Arquimedes.
Digamos hoje, com o seu conhecimento de geometria e sem a tecnologia que dispomos, você seria capaz de imaginar uma maneira de calcular a circunferência da Terra? E mais, sem as atuais noções de Astronomia, você seria capaz de imaginar a terra como uma esfera?
Eratóstenes (276-196 a.C.), natural de Sciene, costa sul do mar Mediterrâneo, viveu parte de sua vida em Atenas e, a convite de Ptolomeu III do Egito, mudou-se para Alexandria onde se tornou tutor do filho de Ptolomeu. Cientista, matemático, geógrafo e curador da biblioteca de Alexandria, suicidou-se, já com idade avançada por causa do desgosto causado por uma oftalmia que o deixou quase cego. Entre seu legado, destacamos a confecção de um mapa do mundo, pelo menos o que se conhecia dele, graças às viagens de Herodoto, Pítias e Pátroclo; o crivo de números primos; a duplicação do cubo; e a mais famosa contribuição para a astronomia – a estimativa da circunferência da Terra:

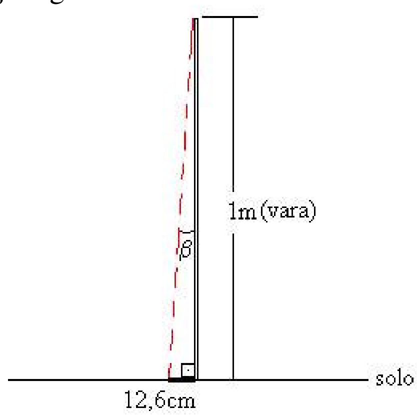
> Eratóstenes, em 240 a.C., efetuou uma medição famosa da circunferência máxima da Terra. Ele observou que em Siena, ao meio dia do solstício de verão, uma vara na vertical não projetava nenhuma sombra, ao passo que em Alexandria (que ele acreditava estar no mesmo meridiano que Siena) os raios do Sol inclinavam-se de 1/50 de um círculo completo em relação à vertical. Com a distância conhecida de 5000 estádios entre Alexandria e Siena, ele então pode calcular a circunferência da Terra. (Eves. 2004 p. 214)[3]

O trecho que está com recuo é tudo que o livro Introdução à história da Matemática fala sobre a façanha de Eratóstenes. No modelo de Eratóstenes, a Terra girava em torno do Sol e nosso planeta tinha forma esférica. Seus argumentos vinham da observação de eclipses.
Eratóstenes era responsável pela biblioteca de Alexandria, que localizava-se ao Norte do Egito. Em uma de suas viagens a Siena, cidade mais central no mesmo país, ele observou que em um dia do ano era possível enxergar o reflexo do Sol na água no fundo de um poço. Nesse mesmo dia, ao meio-dia a sombra dos objetos expostos ao sol praticamente não se distanciava dos objetos, i.e., os raios solares estavam praticamente perpendiculares ao solo.

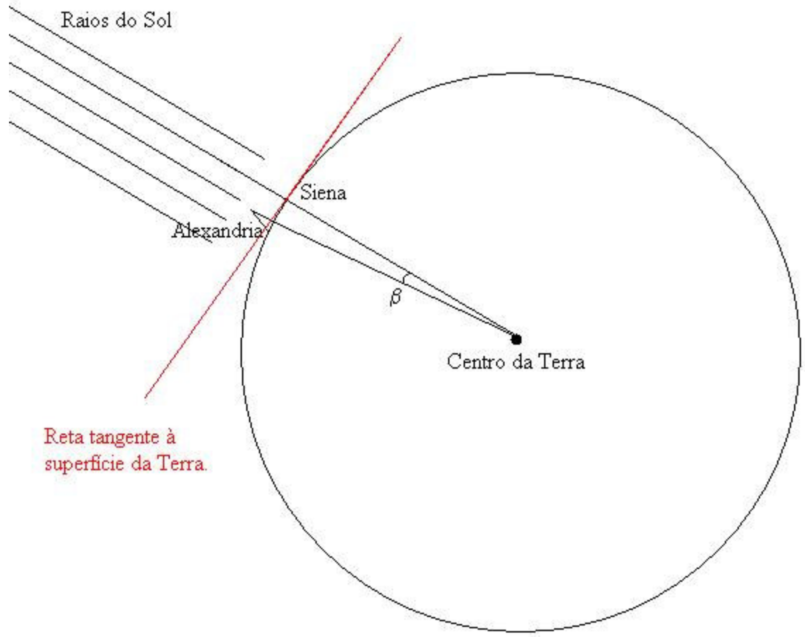
[3] Eves, Howard. Introdução à história da Matemática. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2004.

Já em Alexandria, em outro ano, no mesmo dia, Eratóstenes observou que ao meio-dia ele e outros objetos projetavam uma sombra mais distante no solo, i.e., os raios solares não estavam incidindo de forma perpendicular ao solo.
Eratóstenes então pagou a um medidor de distâncias – profissional que recebia para contar passos de um ponto a outro – para estimar a distância entre Alexandria e Siena.

Quando o medidor voltou com a resposta, 5000 estádios, Eratóstenes teve a paciência de esperar até o próximo dia e mês em que observara o fenômeno em Siena. Chegado o dia, Eratóstenes espetou uma vara com um metro de comprimento exposto e aguardou a chegada do meio-dia. A sombra que a vara projetou no chão distava aproximadamente 12,6cm da base da vara. Veja o gráfico:



Note que a sombra da vara, se considerarmos o conjunto vara, sombra e o segmento que une a extremidade superior da vara e a extremidade da sombra como um triângulo retângulo, representa o cateto oposto ao ângulo b, ângulo que os raios do Sol estão incidindo na vara. Assim usando efetuando a divisão da medida do cateto oposto ao ângulo b pela medida do cateto adjacente ao ângulo b ele obteve 0,126, que é o valor da tangente de b. Utilizando uma tábua (tabela) de valores de senos, cossenos e tangentes. Eratóstenes encontrou o arco cuja tangente valia aproximadamente 0,126 que é 7,2°.
Eratóstenes ainda levantou a hipótese de que Alexandria e Siena encontravam-se sobre o mesmo meridiano. Assim ele conjeturou: estou distante de Siena 7,2° (arco da circunferência) já que os raios do Sol incidem em feixes paralelos sobre a Terra.



Note que um dos raios solares incidentes é o prolongamento do raio da Terra em Siena. A justificativa disso é que o raio solar naquela cidade no dia da observação incidia perpendicular ao solo. Então o raio solar incidia perpendicularmente com a reta tangente à superfície da terra naquele ponto.
Da Geometria, sabemos que uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio da circunferência. Assim, podemos admitir que o raio solar que incidia sobre Siena era um prolongamento do raio da Terra naquela cidade, diferente do que ocorria no mesmo instante em Alexandria, onde havia uma diferença de 7,2°.

Ele apenas teve que utilizar as razões:

Ângulo	Comprimento de circunferência
2π	X estádios
$7{,}2° = (2\ \pi)/50$	5000 estádios

Ele calculou então que se 5000 estádios correspondiam ao arco de um cinqüenta avos de circunferência, então 250000 corresponderiam à circunferência inteira, neste caso, a circunferência da Terra.

Após a leitura do texto peça para os alunos que:

a) destaquem do texto as palavras desconhecidas e que pesquisem os significados em dicionários.

b) selecionem conceitos e idéias matemáticas presentes no texto para serem discutidas enquanto a seu significado e aplicação.

c) Discutam o cálculo efetuado por Eratóstenes. Nesse caso, o raio é uma medida constante? Que valor foi assumido? Por que?

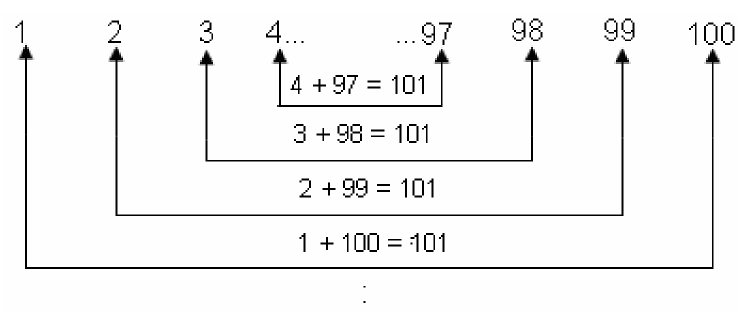
c) Questionem se o raio é a medida da distância entre o centro de uma esfera e sua superfície em qualquer um dos seus pontos. A Terra tem a mesma distância do seu centro à sua superfície em qualquer um dos seus pontos? Por que admitimos a Terra como uma esfera?

d) Existem vários sistemas de unidades de medidas. Pesquisar sobre o estádio como unidade de medida de comprimento. Sabendo que um estádio é aproximadamente 158 metros, qual a medida do raio da Terra a partir da estimativa de Eratóstenes? Compare com a medida atual, qual foi a margem de erro? Esse erro foi significativo?

Adaptado de: http://mdmat.psico.ufrgs.br/users/vinicius_teixeira/eratostenes.htm

- **Quando os números nos fazem pensar.**

No capítulo sobre obesidade e desnutrição você deve ter percebido que apresentamos a história de como, o jovem Carl-Friedrich Gauss, chega na fórmula da soma dos termos de uma Progressão Aritmética, ao cumprir a tarefa de somar a seqüência dos 100 primeiros números naturais.



No seu método, como mostrado acima, o jovem Gauss percebeu que na soma desses números havia um padrão, notou que a soma do primeiro número com o último (1+100) era igual à do segundo com o penúltimo (2+99), assim como a do terceiro com o antepenúltimo (3+98), e assim sucessivamente. Dessa forma teria 50 parcelas de 101 para serem somadas. Isto no final daria a tão conhecida fórmula da P.A:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2},$$

Observação: note que nesta expressão se somam o primeiro com o último número e o resultado é multiplicado pela metade do número de termos, como no caso do jovem Gauss apresentado anteriormente , seria n=50, uma vez que ele tinha 100 números a serem somados. Certamente, esse raciocínio, em termos algébricos, não faria diferença para n sendo par ou ímpar.

No entanto, percebamos que esse n está sempre associado ao número inteiro de termos de uma seqüência, o que pode motivar outros tipos de raciocínio em relação ao procedimento da soma de uma P.A. Vejamos:

Seja a P.A. (2, 4, 6, 8, 10, 12) e eu quero somar todos esses termos.

Se e fossem todos iguais a soma seria 6 x (tal número), mas veja que se pode preservar a soma e, ao mesmo tempo, tornar a seqüência constante:

(2, 4, 6, 8, 10, 12) a soma desses termos é 42

(7, 7, 7, 7, 7, 7) a soma desses termos é 42

Porém, como obter o 7?

(2+12)/2 , (4+10)/2, (6+8)/2 , ou seja, $\frac{(a_1 + a_n)}{2}$

o 6 seria o nosso n,

Por fim:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} . n .$$

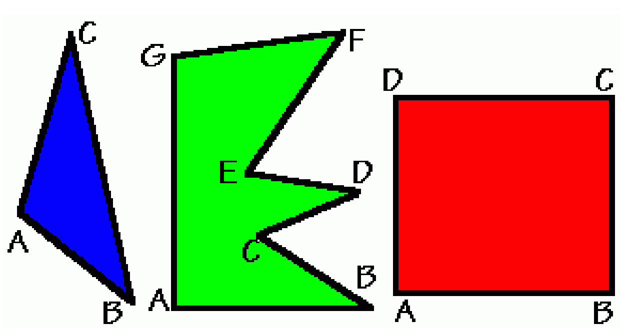
Como dissemos anteriormente, algebricamente não há diferenças em torno do resultado da soma de termos de uma P.A, no entanto, é possível introduzir algumas variações.

Tente agora desenvolver o mesmo procedimento para a soma dos 5 termos da P.A (3,7,11,15,19).

- **Sobre geometria**

  - **Revendo conceitos**

No geral, os educandos fazem muita confusão em torno dos significados de Polígono e de região poligonal, isto porque, usamos ambos os termos indistintamente sem distinguir o contexto ou problema no qual esses conceitos são enunciados. Polígono é uma figura geométrica cuja palavra é proveniente do grego que quer dizer: poli(muitos) + gonos(ângulos). Podem ser consideradas como uma classe particular de curvas planas, fechadas e simples, isto é, aquelas que forem formadas por segmentos de reta consecutivos e não colineares. **A região interna a um polígono é a região plana delimitada por um polígono.**

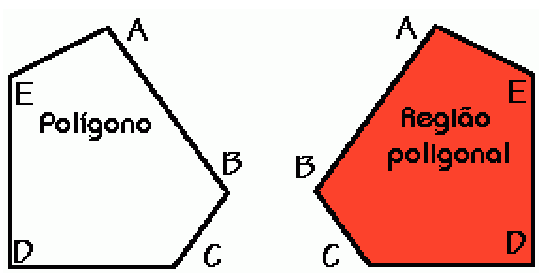


Seria possível considerar polígono como superfície, cujo contorno obedece às condições já enunciadas enumeradas anteriormente. Se resolvermos considerar o polígono como curva não terá sentido achar sua área, porém, fará muito sentido calcular a superfície determinada por um polígono. Assim consideramos, segundo as figuras abaixo:

Polígono como curva

Polígono como superfície

Muitas vezes encontramos na literatura sobre Geometria a palavra polígono identificada com a região localizada dentro da linha poligonal fechada mas é bom deixar claro que polígono representa apenas a linha. Quando não há perigo na informação sobre o que se pretende obter, pode-se usar a palavra num ou no outro sentido.



Considerando a figura acima, observamos que:

1. Os segmentos AB, BC, CD, DE e EA são os lados do polígono e da região poligonal.
2. Os pontos A, B, C, D, E são os vértices da região poligonal e do polígono.
3. Os ângulos da linha poligonal, da região poligonal fechada e do polígono são: A, B, C, D e E.

- **Comparando Prismas e Pirâmides: um caminho**

Peça para seu aluno comparar caixas com forma de prismas e caixas com forma de pirâmides e listar as diferenças que ele encontra entre elas. È possível que, entre as diferenças, estejam nas seguintes:

No Grupo dos prismas	No grupo das pirâmides
Todas as partes laterais são retângulos ou paralelogramos. As outras duas podem ter outras formas (as bases).	Todas as faces laterais são triângulos. A outra pode ter outras formas (a base).
Existem pares de faces que não se encontram (faces paralelas).	Não existe par de faces paralelas.
Cada grupo de 3 faces se encontra em um ponto diferente.	Existe um só ponto onde todas as faces laterais se encontram, com uma só exceção, a base (a face que pode não ser triangular).

Caso ele não observe essas diferenças ao realizar a tarefa solicitada, você colega, pegue caixas em forma de prismas e de pirâmides e procure observar nelas, junto com os alunos, as características descritas. Você poderá encontrar esses tipos de caixas como embalagens de vários produtos que estão à venda. Aliás, destaque como as embalagens com formas de prismas com bases triangulares ou hexagonais ou com formas de pirâmides chamam a atenção das pessoas. Uma embalagem “diferente” chega a ajudar a aumentar a venda do produto.

Adaptado de: MURRIE, Zuleika de Felice. *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: ensino médio.* Brasília: MEC, INEP, 2002.

- **Construindo Novas Caixas**

Solicite que os alunos enrolem meia folha de papel sulfite, formando um “tubo”. Apoiando com cuidado, esse tubo sobre a metade da folha que sobrou, peça para contornarem com um lápis a “boca” do tubo.

Solicite que recortem dois círculos a partir do contorno obtido e que fechem com eles as duas “bocas” do tubo. Eles terão construído um novo tipo de caixa, diferente das anteriores (prismas e pirâmides)

*Lembre-se: Essa caixa **tem a forma de** um **cilindro.***

Procure, à sua volta, objetos que apresentam a forma de um cilindro.

Figura extraída de:http://www.sosdesigners.com/colunas-24.html

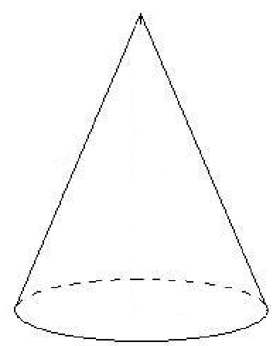
Ao analisarem essa nova caixa peça aos alunos como poderiam completar a frase a seguir.

O cilindro não é um poliedro porque.____
____
____.

De fato essa caixa não é um poliedro porque nem todas as duas partes são regiões planas. A própria forma delas nos dá uma indicação para o grupo ao qual ela pertence: grupo dos corpos redondos.

Peça para os alunos procurarem lembrar de objetos do nosso dia-a-dia que também têm forma de corpos redondos. Eles poderão sugerir um ovo, de uma bola e, também de um chapéu de palhaço ou de uma casquinha de sorvete, todos remetendo à figura à baixo, **que recebe o nome de cone.**

Você pode observar que, se apoiar qualquer um desses objetos sobre uma mesa, dependendo da posição, ele poderão rolar.



Adaptado de: MURRIE, Zuleika de Felice. *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: ensino médio.* Brasília: MEC, INEP, 2002.

- **Orientações complementares:**

É necessário ter sempre presente que o intuito ao se trabalhar com a geometria no Ensino Médio é que o educando - além de identificar e interpretar fenômenos, relações na linguagem geométrica ou de resolver problemas através da geometria, fazendo uso dos seus conceitos, propriedades – elabore argumentos consistentes, no âmbito da geometria, que permita uma efetiva intervenção no real. Isto certamente deverá ser motivo dos processos avaliativos que se descrevem, a continuação.

- **Para pesquisar**:

Hoje em dia, com o uso do computador e da Internet é possível ter acesso a diferentes tipos de sites que nos sugerem procedimentos metodológicos a respeito dos diferentes conteúdos que devem ser trabalhados no Ensino Médio e Fundamental. Além dos sites e referências bibliográficas utilizadas anteriormente, permito-me sugerir outros sites encontrados e que, oferecem conceitos e sugestões metodológicas que podem vir a ser implementadas na sua sala de aula. Gostaríamos de salientar que é importante que você educador reflita, transforme e adapte as metodologias e os conceitos que são sugeridos, conforme à realidade e necessidade dos seus educandos. Você pode consultar também:

- http://portal.mec.gov.br/ Link: Educação a Distância/ Rived Atividades

No Link Rived podemos pesquisar por matemática e encontrar atividades com conteúdos de ensino fundamental e médio em ambiente EAD.

http://portal.mec.gov.br/seed/index.php?option=content&task=view&id=150&Itemid=287

http://rived.proinfo.mec.gov.br/site_objeto_lis.php?desprocura=matem%E1tica

- http://cenp.edunet.sp.gov.br/RPM/41/rpm41_8.htm

Link da revista do Professor de Matemática.
Aqui também se mencionam links interessantes para Professores de Matemática

Disciplina de Ensino em matemática da UFRGS, site com atividades de ensino Fundamental e Médio, desenvolvidas na disciplina.

- http://euler.mat.ufrgs.br/~ensino2/

Atividades e softwares em ambiente EAD:

- http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/

Sobre Etnomatemática

- http://vello.sites.uol.com.br/ubi.htm

Site oficial de Ubiratan D`Ambrosio

- http://paje.fe.usp.br/~etnomat/

Sobre Modelagem:

- http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/sylabi/1Modelacao.htm